

# Numeri primi, costruzioni geometriche e punti di vista

Questo mese parliamo di...

MULTIPLI E DIVISORI

NUMERI PRIMI

FIGURE GEOMETRICHE

SVILUPPI PIANI DI SOLIDI

COSTRUZIONI GEOMETRICHE

PUNTI DI VISTA

In questa puntata studiamo i numeri primi, a partire dai quali possiamo costruire quasi tutti gli altri numeri. Vediamo poi come le costruzioni geometriche con riga e compasso ci aiutano a riconoscere proprietà generali delle figure geometriche. Infine, per allenare il coordinamento tra la percezione bidimensionale e tridimensionale dei nostri alunni, ci occupiamo della ricerca di tutti i possibili sviluppi piani del cubo e del riconoscimento dei diversi punti di vista di oggetti.

## PER SAPERNE DI PIÙ

- <http://www.giuntiscuola.it/lavitascolastica/> > Il linguaggio rigoroso

## VERSO I TRAGUARDI DI COMPETENZA

L'alunno:

- conosce alcune proprietà dei numeri naturali che aumentano la capacità di calcolo;
- riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, individua relazioni tra gli elementi che le costituiscono;
- usa strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso).

## RACCORDI

- SCIENZE • GEOGRAFIA

## NUMERI

### Obiettivo

- Individuare multipli e divisori di un numero per studiare famiglie di numeri, per scoprire i numeri primi.

## MULTIPLI E DIVISORI

Introduciamo l'argomento ripassando i concetti di multiplo e di divisore di un numero. Chiamiamo *multiplo di un numero* il prodotto tra il numero stesso e ciascuno degli elementi dell'insieme dei numeri naturali. Dunque, a rigore, 0 è multiplo di tutti i numeri naturali, anche se spesso lo si trascura; lasciamo ogni insegnante libero di scegliere come trattare questo aspetto. Chiamiamo *divisore di un numero* ogni numero naturale che divide il numero senza resto. Diciamo ora che vogliamo scrivere i di-

visori e i multipli del numero 24. Forse i nostri alunni sanno già che i divisori di un numero sono un insieme finito, mentre i suoi multipli costituiscono un insieme infinito. Chiedere loro di scrivere i multipli e i divisori significa però far prendere coscienza del concetto di infinito in maniera molto concreta. Infatti, scrivere i divisori è presto fatto: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Scrivere tutti i multipli è un po' difficile: 0, 24, 48, 72, 96, 120.... Possiamo far riflettere i bambini su che cosa ci consente di scrivere i puntini di sospensione con cui termina la successione: i numeri naturali sono infiniti e quindi anche i multipli di un numero lo sono. Consegniamo ai bambini la **scheda 1**.

## I NUMERI PRIMI

Scriviamo alla lavagna i numeri da 0 a 20 e chiediamoci quali sono i loro divisori: 0 ha come divisore tutti i numeri, tranne se stesso; 1 ha solo se stesso come diviso-

re; 2 ha 1 e se stesso come divisori, 3: 1 e se stesso, 4: 1, 2 e se stesso e così via. Notiamo dunque che, a parte 0 e 1, i numeri che abbiamo considerato hanno tutti almeno due divisori. I numeri che hanno esattamente due divisori si chiamano *numeri primi* e il loro insieme è infinito: possiamo prendere un numero primo grande quanto vogliamo, ma per quanto esso sia grande, esiste sempre un numero primo ancora più grande. Possiamo notare anche un altro fatto importante: i numeri che hanno più di due divisori possono essere scritti come prodotto di numeri primi. Per questo motivo qualcuno ha chiamato i numeri primi "i mattoni dell'aritmetica": a partire dai numeri primi e dall'operazione di moltiplicazione possiamo ottenere tutti gli altri numeri naturali. Qualsiasi numero naturale (a eccezione di 0 e 1) o è primo o è composto (cioè può essere scritto come prodotto di numeri primi). Facciamo lavorare i bambini sulla **scheda 2**.

■ Ora facciamo disegnare ai bambini sul quaderno una tabella come quella rappresentata nell'immagine che segue. Ci serve per trovare tutti i numeri primi minori di 50.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Facciamo lavorare i nostri alunni in coppie. Diciamo che devono colorare tutte le caselle con i numeri composti: iniziamo a colorare tutti i multipli del 2, tranne il 2 perché è numero primo, poi coloriamo i multipli del 3, tranne il 3 stesso, poi passiamo al 5 e così via; i numeri rimasti in bianco sono i numeri primi minori di 50. Spieghiamo ai bambini che hanno usato un metodo molto antico per trovare i numeri primi minori di un dato numero. Questo metodo è stato ideato da Eratostene di Cirene e si chiama "Crivello di Eratostene"; "crivello" significa "setaccio" e il metodo assomiglia in effetti a un setaccio: iniziamo a setacciare i numeri e a ogni passaggio allarghiamo le maglie del setaccio, in modo da far passare sempre più numeri, fino a trattenere solo i numeri primi. Riassumiamo alla lavagna i passaggi del "Crivello di Eratostene" in modo che siano chiari a tutti i bambini. Facciamo ora lavorare i bambini individualmente sulla **scheda 3**.

## SPAZIO E FIGURE

### Obiettivo

- Riprodurre una figura seguendo delle istruzioni, utilizzando gli strumenti opportuni (riga e compasso).

## COSTRUZIONI GEOMETRICHE

■ La costruzione di una figura geometrica consente di riconoscere le proprietà di una classe di figure. Infatti, dietro a tali costruzioni, si celano dei teoremi di cui esse forniscono una dimostrazione costruttiva. Possiamo introdurre l'argo-



## L'ANGOLO DEI PROBLEMI

### Numeri primi in natura

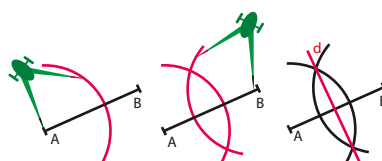
Sottoponiamo ai bambini divisi in coppie, il seguente problema, che ci aiuta a scoprire alcune proprietà del minimo comune multiplo di due numeri.

*Nel Nord America vivono delle specie di cicale del genere *Magicicada* che si riproducono ogni 13 o 17 anni. Questo significa che alcune di esse passano 13 e altre 17 anni sotto terra, prima di uscire per riprodursi e morire poco dopo. Questo fatto permette alle cicale di non nascere tutte insieme perché, se fossero troppe, non riuscirebbero a trovare cibo a sufficienza.*

*Ogni quanti anni accade che le specie di cicale con il ciclo vitale di 13 anni si riproducono insieme a quelle con un ciclo vitale di 17 anni? Se i cicli vitali fossero di 14 e 18 anni, ogni quanti anni nascerebbero tutte insieme?*

Al termine del lavoro estraiamo a sorte due coppie di bambini e chiediamo che espongano le loro soluzioni; discutiamo i risultati insieme a tutta la classe.

mento con la costruzione dell'asse di un segmento, come mostrato nell'immagine. Per poterla mostrare a tutti i bambini, possiamo proiettare la videata di un software dinamico oppure dividere i bambini in gruppi di 3-4 e mostrare la costruzione a ogni gruppo, chiedendo ai bambini di riprodurla sul proprio quaderno. Per questo lavoro possiamo usare sia la riga e il compasso, sia un software di geometria dinamica, ma è comunque preferibile far eseguire la costruzione prima a mano e poi, eventualmente, al computer.



Il compasso deve mantenere la stessa apertura (superiore a  $1/2 AB$ )

■ Diciamo ai bambini che la retta disegnata con il colore rosso è l'asse del segmento AB e che l'asse di un segmento ha una proprietà particolare: i suoi punti hanno la stessa distanza dagli estremi del segmento. Diciamo ora che vogliamo verificare questa proprietà. Aiutiamo prima i bambini a individuare con sicurezza i vari elementi della costruzione: chiediamo loro di indicarci per esempio il segmento e i suoi estremi, l'asse, la circonferenza con centro in A e raggio maggiore della

metà della lunghezza del segmento AB ecc. Discutiamo ora insieme alla classe come possiamo verificare, attraverso la sua costruzione, la proprietà che caratterizza l'asse del segmento. Per aiutare gli alunni possiamo chiedere loro di ripetere la costruzione sullo stesso segmento, ma usando aperture diverse del compasso. In questo modo possono rendersi conto che, quale che sia l'apertura del compasso, purché sia superiore della metà della lunghezza del segmento, l'asse è sempre lo stesso. Diciamo infine che vogliamo sapere se effettivamente ciascuno di questi punti di intersezione tra le circonferenze ha la stessa distanza dagli estremi del segmento. Se nella ricerca della soluzione i bambini misurano le distanze, mostriamo loro che per essere proprio sicuri, dovremmo ripetere le misurazioni tante, tante, tante... infinite volte, una per ogni punto dell'asse. Se invece diciamo che la distanza dei punti dell'asse dagli estremi del segmento è sempre uguale perché tale distanza è data dai raggi delle circonferenze con centro in A e in B (che hanno ogni volta lo stesso raggio), possiamo essere sicuri che l'affermazione vale sempre, per tutti i punti dell'asse, senza dover misurare infinite volte.

■ Facciamo notare che oltre all'asse del segmento abbiamo costruito anche il suo

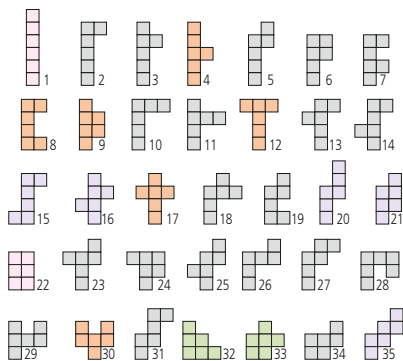
**punto medio.** Consegniamo prima la **scheda 4** e poi la **scheda 5**, facendo lavorare i bambini individualmente sulla prima e in coppie sulla seconda; alla fine discutiamo tutti insieme le soluzioni della scheda 5.

### Obiettivo

- Riconoscere rappresentazioni piane di oggetti tridimensionali, identificare punti di vista diversi di uno stesso oggetto.

### SVILUPPO PIANO DI UN CUBO

Dividiamo la classe in 7 gruppi e consegniamo a ogni gruppo un foglio di cartoncino di dimensioni 80 cm × 80 cm e 5 dei 35 possibili accostamenti di 6 quadrati rappresentati nell'immagine. A tale scopo possiamo fare una copia ingrandita di questa pagina e ritagliare le immagini. Facciamo in modo che ciascun gruppo abbia almeno uno degli undici sviluppi possibili del cubo (12-13-14-15-16-17-21-23-25-31-35). Chiediamo a ogni gruppo di suddividere il proprio foglio in quadretti di 5 cm × 5 cm e di riportare sul foglio le cinque configurazioni i cui disegni sono stati loro consegnati. Verifichiamo che le configurazioni siano rappresentate correttamente e chiediamo ai bambini di ritagliare i disegni delle singole configurazioni e verificare in quali casi ripiegandole si riesce a ottenere un cubo.



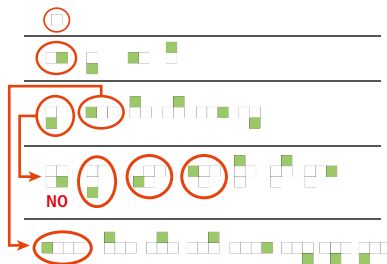
Ora ci poniamo il seguente problema: come possiamo essere sicuri di aver trovato tutti i possibili sviluppi del cubo? Il modo più diretto di procedere è quello di esaminare tutti i casi possibili. Possiamo iniziare con il disegnare un quadrato

## COME & PERCHÉ

### Esaminare e argomentare i casi possibili

Come abbiamo già visto nella descrizione dell'attività relativa alla ricerca degli sviluppi piani del cubo, l'argomentazione attraverso l'esame di tutti i casi possibili costituisce uno strumento dimostrativo accessibile anche ai bambini. Naturalmente un tale approccio non è sempre praticabile, ma è proprio da qui che un domani negli alunni potrà nascere l'idea della necessità di un ragionamento generale. Al fine di rendere più efficace l'azione di questo metodo, è importante chiedere ai bambini di esprimere oralmente le loro argomentazioni, spiegando perché possiamo essere sicuri di aver trovato tutte le soluzioni del problema.

e accostargli un secondo quadrato, in tutti i modi possibili, poi fare la stessa cosa con un terzo e così via, eliminando a ogni passaggio le configurazioni che coincidono a meno di isometrie con una già ottenuta e quelle che non possono portare allo sviluppo di un cubo poiché se ripiegate fanno sovrapporre almeno due facce. Mostriamo i primi passaggi del procedimento e chiediamo ai singoli gruppi di procedere fino ad aver individuato le otto configurazioni accettabili di cinque quadratini.



Predisponiamo per ciascun gruppo un foglio a quadretti diviso in otto righe di uguale altezza e diciamo ai bambini di riportare all'inizio di ogni riga una delle otto configurazioni di cinque quadratini. Infine diciamo loro di rappresentare in ogni riga tutti i possibili accostamenti del sesto quadratino ai cinque già presenti. Ogni gruppo deve cancellare tutte le configurazioni che non sono sviluppi di un cubo e tutte quelle che coincidono, a meno di isometrie, con uno sviluppo già individuato. **Se i bambini hanno dei dubbi riguardo a una configurazione, possono ritagliarla da un altro foglio e verificare se ripiegandola si ottiene un cubo. Il risultato del lavoro sono tutti i possibili sviluppi piani del cubo.**

Consegniamo infine a ogni bambino la **scheda 6**.

### PUNTI DI VISTA

La capacità di identificare punti di vista diversi di uno stesso oggetto è molto importante per l'acquisizione delle abilità visuo-spaziali dei nostri alunni. Poniamo su un tavolo il modello di un solido, per esempio il modello di una piramide o di un cubo, e scattiamo alcune foto da diverse angolazioni. Stampiamo due copie di ciascuna foto e distribuiamo le prime copie di ogni foto ad alcuni bambini chiedendo loro di posizionarsi nel punto da cui è stata scattata la foto (possono usare per esempio una sedia se la foto è stata scattata dall'alto). Facciamo rimanere i bambini nelle posizioni scelte e ripetiamo la stessa operazione con le foto rimanenti e con un secondo gruppo di bambini. Verifichiamo infine se le copie di foto uguali si trovano nello stesso punto dello spazio e se il punto di vista corrisponde a quello reale. Possiamo ripetere lo stesso gioco con un gruppo di oggetti (modelli di solidi, ma anche altri oggetti).

**LA DIDATTICA CONTINUA SUL WEB**

[www.lavitascolastica.it](http://www.lavitascolastica.it) > Didattica

Cerca risorse

- Schede > Multipli, divisori e numeri primi; altezze e aree dei triangoli
- Schede > Numeri, multipli e divisori. Angoli
- Strumenti > Sviluppi di solidi



## Scheda 1

### MULTIPLI E DIVISORI

- Cerchia:
  - con il rosso il numero che è multiplo sia di 12 che di 22;
  - con il verde il numero che è divisore sia di 12 che di 22;
  - con il blu i divisori di 5;
  - con il giallo i multipli di 7 che sono maggiori di 10 e minori di 30.

4	5	14	10	2	15	3
0	30	7	11	8	20	9
36	13	1	6	16	21	17
66	56	27	12	22	29	18

- Scrivi tre numeri diversi che abbiano 1, 2, 3 e 6 come divisori.

- Scrivi i primi 10 multipli di 5.

- Scrivi due numeri che siano sia divisori di 84 che multipli di 7.

- Qual è il numero che è multiplo di tutti i numeri? .....
- Qual è il numero che è divisore di tutti i numeri? .....

SAPER INDIVIDUARE MULTIPLI E DIVISORI DI UN NUMERO.

## Scheda 2

### NUMERI PRIMI

- Cerchia con il rosso i numeri che **NON** sono numeri primi.

- Quanti divisori hanno i numeri primi?

- A. Un solo divisore.
- B. Esattamente due divisori.
- C. Più di due divisori.

- Quanti sono i numeri primi?

- Qual è il numero primo maggiore di 7 e minore di 12?

- Quale delle tre affermazioni è vera?

- ☐ Tutti i numeri dispari sono primi.
- ☐ Nessun numero pari è primo.
- ☐ Esiste un numero primo che è un numero pari.

- È possibile trovare il numero primo più grande esistente?

☐ Sì ☐ No

- Scrivi i seguenti numeri come prodotti di numeri primi.

34 = 2 × .....

92 = .....

15 = .....

CONOSCERE LE PROPRIETÀ DEI NUMERI PRIMI.

## Scheda 3

### I NUMERI PRIMI E IL CRIVELLO DI ERATOSTENE

- Usa il Crivello di Eratostene per trovare tutti i numeri primi minori di 100.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Nel primo passaggio del Crivello di Eratostene si eliminano tutti i numeri composti che sono multipli di 2, tranne il 2 stesso. Quale parte dei numeri viene eliminata durante il primo passaggio?

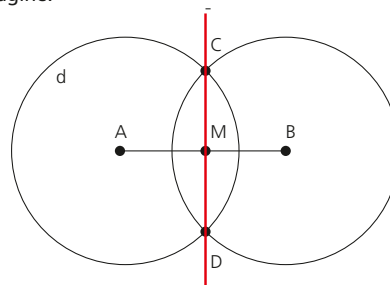
- ☐ Due terzi.
- ☐ Un terzo.
- ☐ La metà.

CONOSCERE L'ALGORITMO DEL CRIVELLO DI ERATOSTENE.

## Scheda 4

### Costruzioni Geometriche: ASSE E PUNTO MEDIO DI UN SEGMENTO

- Rispondi alle domande sulla costruzione rappresentata nell'immagine.



- Come si chiama la retta b, passante per i punti C e D? Completa la frase.

La retta passante per i punti C e D è ..... del segmento AB.

- Il punto M si trova:

- ☐ più vicino al punto A che al punto B.
- ☐ più vicino al punto B che al punto A.
- ☐ alla stessa distanza sia dal punto A che dal punto B.

Costruire l'asse di un segmento e il suo punto medio; conoscere la relativa terminologia.





## Scheda 5

### COSTRUZIONI GEOMETRICHE CON RIGA E COMPASSO: TRIANGOLO EQUILATERO

- Esegui la costruzione con riga e compasso seguendo le istruzioni.

Disegna la circonferenza con centro in B e raggio BC. Disegna la circonferenza con centro in C e raggio BC. Chiama A uno dei due punti di intersezione delle due circonferenze. Disegna con il rosso i segmenti AC e BC.



- Il triangolo ABC evidenziato in rosso è un triangolo particolare. Di che tipo di triangolo si tratta?

- Spiega perché.

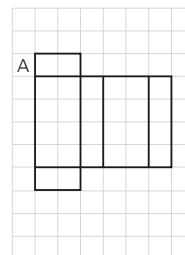
Il triangolo ABC è ..... perché .....

ESEGUIRE UNA COSTRUZIONE CON RIGA E COMPASSO SEGUENDO LE ISTRUZIONI; RICONOSCERE LA FIGURA GEOMETRICA COSTRUITA.

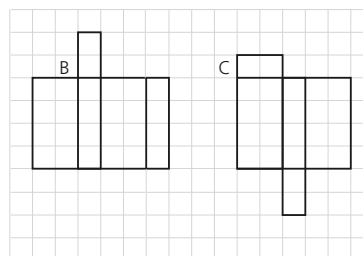
## Scheda 6

### SVILUPPO PIANO DEL PARALLELEPIPEDO RETTANGOLO

- La figura A è lo sviluppo di un parallelepipedo rettangolo.



- Completa i disegni B e C in modo tale che questi diventino sviluppi piani dello stesso parallelepipedo rappresentato in A.



RICONOSCERE E SAPER COMPLETARE LO SVILUPPO PIANO DI UN PARALLELEPIPEDO RETTANGOLO.

# per la DIDATTICA inclusiva

Le schede continuano sul web  
[www.lavitascolastica.it](http://www.lavitascolastica.it) > Didattica

## Difficoltà di apprendimento

di Chiara Barausse e Marta Todeschini

### Calcolo a mente e scritto

Anche in classe quinta è importante continuare a favorire il ragionamento e l'automatizzazione dei calcoli scritti e delle strategie di calcolo a mente.

► **Come intervenire.** Con la **scheda D1** potenziamo l'abilità di calcolo scritto usando strategie visive per memorizzare la procedura della divisione in colonna con due cifre al divisore. Evitiamo procedure verbali lunghe e facilitiamo gli alunni con l'uso dei colori. Le griglie aiutano i bambini con difficoltà visuo-spaziali. Esplicitare la sottrazione per trovare il resto agevola chi fatica nella memoria a breve termine permettendogli di evitare di sovraccaricare la memoria di lavoro con passaggi impliciti. La stessa scheda può essere proposta modificando le operazioni e graduandole a seconda del livello dei singoli alunni. Scarichiamo da [www.lavitascolastica.it](http://www.lavitascolastica.it) > **Didattica** la **scheda D2** in cui utilizziamo il supporto grafico per spiegare la strategia per calcolare moltiplicazioni e divisioni per 10, 100, 1000 con i numeri decimali e la **scheda D3**, che permette ai bambini di riflettere sull'importanza di saper scegliere quando utilizzare il calcolo a mente e quando il calcolo in colonna.

► **Per saperne di più.** Lucangeli D. (2012). *La discalculia e le difficoltà in aritmetica*. Firenze: Giunti Scuola.

## Scheda D1

### DIVISIONI IN COLONNA

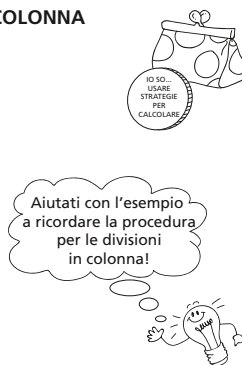
- Calcola le divisioni.

Esempio:  $506 : 14 = 36$  resto 2

5	0	6		1	4
-4	2			3	6
/	8	6			
	-8	4			
	/	2			

$$14 \times 3 = 42$$

$$14 \times 6 = 84$$



$$825 : 16 = \dots\dots\dots$$

8	2	5		1	6

$$718 : 22 = \dots\dots\dots$$

7	1	8		2	2

$$3665 : 25 = \dots\dots\dots$$

3	6	6	5		2	5