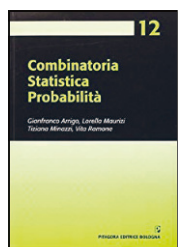


Confrontiamo le probabilità degli eventi

Quest'anno i bambini aggiungono altri importanti tasselli alla loro comprensione del concetto di probabilità matematica e imparano a esprimerla anche sotto forma di percentuale. Inoltre essi imparano a valutare, in casi concreti, se un gioco garantisce equità ai partecipanti, confrontando le loro probabilità di vincere e spiegando perché la vincita dell'uno o dell'altro sono eventi equiprobabili. Una riflessione su esempi di gioco in cui tale equità non c'è, e in cui un giocatore ha maggiore probabilità di vincere se sceglie di puntare su un dato evento, conclude questo percorso. Nell'ultima attività i bambini hanno inoltre l'opportunità di conoscere a livello intuitivo il legame tra frequenza relativa e probabilità teorica, molto utile nelle scienze sperimentali, il che ha grande importanza visto il passaggio che stanno per compiere nell'intraprendere il corso di studi della scuola secondaria.



Per saperne di più:
Arrigo G., Maurizi L.,
Minazzi T., Ramone V.
(2011). *Combinatoria.
Statistica. Probabilità.*
Progetto matematica
nella scuola primaria:
percorsi per
apprendere, vol. 12.
Bologna: Pitagora
Editrice.

Dopo la
presentazione
delle
risoluzioni,
discutiamo
sempre con
tutta la classe

La probabilità come percentuale

Spesso la probabilità è espressa tramite una percentuale (oltre che come frazione o numero con la virgola): è sufficiente ricordare che una percentuale è una frazione con denominatore 100. Facciamo alcuni esempi:

- la probabilità dell'evento certo è 1 o 100%, una probabilità di $\frac{1}{2}$ corrisponde a 0,5 ma anche a 50% e così via.

Facciamo compiere alcune trasformazioni ai bambini: da numero decimale a frazione, a percentuale ecc.

Lavoriamo su un quesito in cui si devono confrontare le probabilità di due eventi di cui una è già fornita sotto forma di percentuale, mentre la seconda deve essere determinata; per calcolarla i bambini faranno riferimento alla definizione di probabilità come rapporto tra il numero dei casi favorevoli e il numero di casi possibili, ottenendo una frazione. La necessità di confrontare le probabilità indurrà i bambini a trasformare la

frazione in percentuale o viceversa oppure entrambe in un numero con la virgola. Consegniamo la **SCHEDA 1**.

Chi dormirà più a lungo?

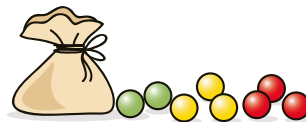
Proponiamo ora la **SITUAZIONE PROBLEMATICA 1** (pag. 105) che aiuti i bambini a comprendere meglio la natura dei giochi in cui i giocatori hanno la stessa probabilità di vincere. Come di consueto, è opportuno far lavorare i bambini in piccoli gruppi, al fine di favorire la comunicazione e l'esplicitazione dei concetti matematici.

Facciamo seguire l'esposizione delle risoluzioni e l'argomentazione dei vari gruppi da una discussione collettiva sui concetti coinvolti. Durante la conversazione chiariamo eventuali dubbi come, per esempio, il fatto che se i due hanno la stessa probabilità di vincere questo non significa affatto che nessuno dei due vincerà o che vinceranno entrambi, ma che nessuno dei due ha una posizione di partenza migliore dell'altro.

SCHEDA 1: Più probabile, meno probabile o ugualmente probabile?

• Leggi il testo del problema e rispondi.

In un sacchetto non trasparente ci sono alcune palline della stessa forma ma di colori diversi: due palline verdi, tre palline gialle e tre palline rosse.



La probabilità di estrarre a caso una pallina verde è 25%.

Martina toglie dal sacchetto una pallina verde, due gialle e una rossa. Se ora si estrae a caso una pallina dal sacchetto, la probabilità che essa sia verde è maggiore, minore o uguale a prima?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

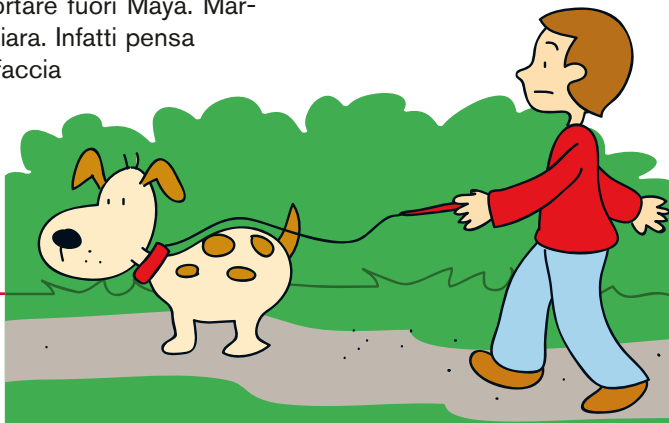
.....

Suggerimento: per rispondere alla domanda puoi calcolare la probabilità del secondo evento.

CONFRONTARE LE PROBABILITÀ DI DUE EVENTI DOPO AVER CALCOLATO LA PROBABILITÀ MANCANTE

SITUAZIONE PROBLEMATICA 1: Chi porta fuori Maya?

Marco e sua sorella Chiara decidono di stabilire, tramite il lancio contemporaneo di due dadi a sei facce, chi dei due deve portare fuori Maya, la loro cagnolina, prima di andare a scuola. Chiara decide di puntare sul pari, cioè vince lei se la somma dei punteggi del dado lanciato da lei e di quello lanciato da Marco è un numero pari. In quel caso sarà Marco a doversi alzare prima e portare fuori Maya. Marco punta sul dispari, cioè vince lui se la somma dei due punteggi è dispari. In quel caso sarà Chiara a dover portare fuori Maya. Marco si chiede se il gioco favorisca Chiara. Infatti pensa che Chiara ha scelto per prima la faccia sulla quale puntare, mentre lui non ha potuto fare altro che accettare l'altra faccia. A tuo avviso il gioco favorisce uno dei due, oppure entrambi hanno la stessa probabilità di vincere? Spiega perché.



Chi ha più probabilità di vincere?

Proponiamo ora un problema, da svolgere con modalità analoghe, in cui il puntare su un evento o su un altro può portare a situazioni in cui un giocatore risulti favorito perché ha maggiore probabilità di vincere. Prendiamo come esempio il lancio di due dadi. Consegniamo a ciascun gruppo la **SCHEDA 2**, in cui è rappresentato uno schema con tutte le possibili combinazioni dei punteggi che si possono ottenere. Durante il lavoro con la scheda i bambini si renderanno conto, esaminando lo schema, che ci sono più casi che fanno ottenere il numero 4 rispetto a quelli che fanno ottenere il numero 11 e che quindi Angela ha più probabilità di vincere rispetto a Dario. Invitiamo poi i bambini a determinare due numeri sui quali Angela e Dario potrebbero puntare per avere la stessa probabilità di vincere (per esempio 2 e 12 oppure 3 e 11 ecc.). Leggiamo insieme ai bambini la consegna, facendo alcune domande, in modo tale da avere un riscontro certo sulla comprensione.

Chi apparecchierà la tavola?

Affrontiamo alcune misconcezioni presenti in chi non conosce le regole del calcolo delle

probabilità, come per esempio l'idea che, nelle estrazioni casuali, un numero che non è uscito di recente abbia più probabilità di uscire rispetto agli altri. Dividiamo i bambini in coppie e diamo a ciascuna coppia una moneta; questo modello probabilistico è probabilmente già noto ai bambini ma, se non lo fosse, cogliamo

Che cosa succede quando puntare su un evento dà maggiori probabilità di vincere?

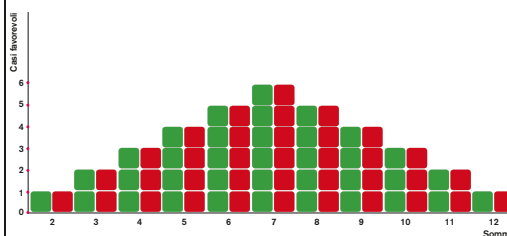


SCHEDA 2: Su quale numero conviene puntare?

• Leggi il testo del problema e rispondi.

Angela e Dario stanno giocando con due dadi: il punteggio di un lancio è dato dalla somma dei punteggi dei due dadi. Angela e Dario scommettono su due numeri diversi: Angela sul 4, Dario sull'11.

Nell'immagine sono rappresentate tutte le possibili combinazioni di punteggi che si possono ottenere lanciando due dadi.



Secondo te, chi dei due ha più probabilità di vincere? Perché?

Angela,

Dario, perché

ARGOMENTARE A FAVORE DEL PROPRIO PUNTO DI VISTA RIGUARDO AL CONFRONTO TRA LE PROBABILITÀ DI DUE EVENTI

La moneta non ha memoria dei lanci precedenti

l'occasione per spiegare i concetti di testa e croce. Diciamo poi ai bambini che devono eseguire quindici lanci ciascuno e annotare in una tabella i risultati ottenuti. Consegniamo la **situazione problematica 2**.

È probabile che i bambini siano convinti che nella sequenza di risultati dei lanci debba esserci una regolarità. Possiamo mostrare loro che nelle registrazioni fatte dai singoli gruppi all'inizio dell'attività ci sono esempi, sia di molti lanci consecutivi aventi lo stesso risultato, sia di lanci i cui risultati si alternano, e questo può aiutare a capire che tali supposte regolarità non esistono. Si tratta però di una prova empirica che non mostra il perché della questione. Spieghiamo dunque che la moneta non ha memoria dei lanci precedenti e che per essa ogni lancio è a sé stante, quindi la probabilità di ottenere testa o croce in ogni lancio è sempre $1/2$, indipendentemente da quello che è successo prima.

Quali palline mettiamo?

Mettiamo a disposizione dei bambini, divisi in gruppi di tre o quattro, alcune palline di colori diversi e un'urna. Per "urna" in probabilità si intende un modello di contenitore da cui si effettuano delle estrazioni casuali, e quindi possiamo usare un qualsiasi contenitore non trasparente che non consente di vedere l'oggetto che viene estratto, come per esempio dei barattoli non trasparenti.

Ogni gruppo deve comporre il contenuto dell'urna usando le palline colorate in maniera tale che soddisfi certe condizioni. Diamo alcuni esempi di consegne:

- "Componi le palline nell'urna in maniera tale

che sia possibile estrarre una pallina verde o una pallina blu";

- "Componi le palline nell'urna in modo che sia possibile estrarre una pallina blu o una pallina gialla, ma in modo tale che la probabilità dell'estrazione della pallina gialla sia maggiore."

Possiamo dare un'unica consegna a ciascun gruppo oppure più consegne diverse; nel secondo caso i bambini dovranno annotare su un foglio la soluzione trovata, prima di procedere con la consegna successiva. Facciamo esporre e giustificare i risultati, incoraggiando i bambini a usare l'urna per mostrare come funziona la loro soluzione. Teniamo presente che alcune consegne possono avere risposte diverse: per esempio, se abbiamo chiesto che dall'urna sia possibile estrarre una pallina blu o una pallina verde, nell'urna potrebbero esserci solo palline di questi due colori oppure, in aggiunta di queste, anche palline di colori diversi.

Nelle attività proposte finora il numero dei casi possibili rimaneva sempre costante. Proponiamo ora alcuni esempi in cui questo non è più vero.

1. La maestra vuole estrarre a caso il nome di un alunno per far esporre il compito svolto a casa. Tutti i bambini della classe sono presenti; qual è la probabilità che venga estratto il tuo nome?

2. Due bambini sono stati malati la volta precedente e quindi non hanno potuto fare il compito. La maestra decide di togliere i loro nomi prima dell'estrazione. La probabilità che venga estratto il tuo nome è la stessa, se tu non sei uno dei bambini che è stato malato? Spiega perché.

SITUAZIONE PROBLEMÁTICA 2: Chi apparecchia per la cena?

Carla e Marco lanciano una moneta per decidere chi dei due deve apparecchiare la tavola per la cena. Carla punta su testa, Marco su croce. Chi al quarto lancio vede uscire la faccia sulla quale ha puntato perde la scommessa e deve apparecchiare la tavola. Nel primo, nel secondo e nel terzo lancio esce sempre testa. Marco dice che ora è molto più probabile che esca croce e che è quasi certo che sarà Carla a dover apparecchiare. Carla dice invece che secondo lei non cambia nulla, che testa e croce hanno la stessa probabilità di uscire.

Chi dei due ha ragione? Perché?



Attività di laboratorio: Probabilità e frequenza relativa

Per l'insegnante:

Un aspetto importante e molto pratico della probabilità classica riguarda il suo legame con la frequenza relativa, cioè con il rapporto tra il numero di volte che un evento ripetibile si è verificato durante un certo numero di prove ripetute e il numero totale delle prove. Infatti, se abbiamo a che fare con eventi ripetibili, come per esempio il lancio di una moneta, il lancio di un dado o l'estrazione da un'urna con reimmissione della pallina estratta, aumentando il numero dei lanci o delle estrazioni, la frequenza relativa si avvicina sempre di più al valore teorico della probabilità. Questo non significa naturalmente che la frequenza relativa possa essere confusa con la probabilità, ma qualche esempio può essere utile per capire come i due concetti sono legati tra loro.

In classe:

Invitiamo i bambini a lavorare in gruppi di tre. Prima di iniziare il lavoro ogni gruppo deve avere ben chiaro qual è la probabilità di ottenere testa o croce nel lancio di una moneta, cioè che entrambi gli eventi hanno probabilità $1/2$, o $0,5$ o 50% . Durante la prima parte dell'attività i bambini devono eseguire 30 lanci e registrare i risultati: un bambino lancia una moneta, un altro annota quante volte esce croce e quante volte esce testa, il terzo controlla che ci sia corrispondenza tra il risultato e l'annotazione sul foglio, cioè controlla che non si verifichino degli errori.

TESTA	X	X		X	X			X			X	X	X			X	X			X	X				X						
CROCE			X			X	X		X	X				X	X	X		X	X			X	X	X		X	X	X	X	X	X

Dopo i primi 30 lanci calcoliamo le frequenze relative. A tale scopo dividiamo la frequenza assoluta delle volte in cui abbiamo ottenuto testa per il numero totale dei lanci e facciamo la stessa cosa per i casi in cui abbiamo ottenuto croce (per esempio: nei 30 lanci abbiamo ottenuto 13 volte testa e 17 volte croce: le frequenze relative sono $13/30$ e $17/30$) e le confrontiamo con le rispettive probabilità (entrambe uguali a $1/2$). Proseguiamo poi fino ad arrivare a 50 lanci (cioè aggiungiamo i risultati di altri 20 lanci) e facciamo gli stessi calcoli e lo stesso confronto (per esempio se su 50 lanci totali abbiamo 27 volte testa e 23 volte croce, le rispettive frequenze relative saranno $27/50$ e $23/50$).

Proseguiamo fino a 100 lanci e ripetiamo il confronto tra le frequenze relative e le probabilità.

Il momento del confronto finale ci consente di mostrare che, nonostante i singoli gruppi abbiano (molto probabilmente) ottenuto frequenze relative diverse per lo stesso numero di lanci, nei risultati di ogni gruppo possiamo notare un avvicinamento al valore della probabilità teorica (cioè a $1/2$ o $0,5$) al crescere del numero delle prove.

Naturalmente non è necessario dare ai bambini una definizione di frequenza relativa; è sufficiente che essi sappiano che devono dividere il numero di volte che un dato evento si verifica (per esempio il numero di volte che durante i lanci è uscito croce) per il numero totale dei lanci.

Per concludere

I bambini hanno portato a termine un importante percorso di apprendimento sulla probabilità matematica: hanno imparato che essa è un numero esprimibile in vari modi e che, essendo dei numeri, le probabilità di due eventi possono essere confrontate in maniera oggettiva, stabilendo quale evento ha maggiore probabilità di verificarsi oppure se sono equiprobabili.

Altri concetti importanti e più operativi, come quelli di frequenza relativa e di gioco equo, oltre a quelli già studiati negli anni precedenti, consentiranno loro di affrontare in modo più consapevole le formalizzazioni nei successivi gradi scolastici.

