Matematica

Composizione e scomposizione di figure

I giochi con il Tangram ci aiutano a riflettere sulle relazioni che esistono fra le superfici dei 7 Tan. Con i 7 Tan risolveremo problemi di descrizione e di costruzione di poligoni equiestesi sia concavi sia convessi.
Cerchiamo di trovare un modo per misurare l'estensione superficiale senza contare le unità di misura. Costruiamo insieme il numero minimo di formule per calcolare l'area dei quadrilateri e dei triangoli.

Costruiamo il Tangram

Consegniamo agli alunni un foglio A4 e chiediamo di predisporre il quadrato per costruire un Tangram. Invitiamo gli alunni a fare quattro piegature per ricavare i 7 Tan (**Fig. 1**).
1. Facciamo combaciare due lati non consecutivi del quadrato; ripetiamo l'operazione due volte in modo da ottenere due assi di simmetria: le due mediane del quadrato (-----).
2. Facciamo combaciare due lati consecutivi del quadrato; ripetiamo l'operazione due volte in modo da ottenere due assi di simmetria: le due diagonali del quadrato (-----).
3. Facciamo combaciare un vertice del quadrato con il punto centrale; ripetiamo l'operazione quattro volte in modo da ottenere i lati di un quadrato più piccolo. La superficie del quadrato costruito è la metà di quella del quadrato di partenza (-----).
4. Facciamo combaciare un lato con l'asse di simmetria ottenuto con la prima piegatura e a questo parallelo; ripetiamo l'operazione quattro volte (due volte per ogni asse) in modo da ottenere 16 quadrati congruenti (-----).
Chiediamo agli alunni di evidenziare con una matita i segmenti che individuano i 7 Tan e di tagliarli (**Fig. 2**).
Mettiamo in relazione la superficie delle singole tessere Tan con la superficie del quadrato di partenza. Le piegature evidenziano la divisione del quadrato in 32 parti.
Sovrapponiamo le tessere Tan 1 e Tan 2 (**Fig. 3**). per verificare che sono congruenti e che insieme occupano metà superficie del quadrato di partenza che corrisponde a $\frac{16}{32}$ dell'intero, quindi $\frac{1}{2}$ della superficie del Tangram.
La superficie del Tan 1 corrisponde a $\frac{8}{32}$ dell'intero, quindi $\frac{1}{4}$ della superficie del quadrato di partenza. La superficie del Tan 3 corrisponde a $\frac{4}{32}$ dell'intero, quindi $\frac{1}{8}$ della superficie del quadrato di partenza. La superficie del Tan 4 corrisponde a $\frac{2}{32}$ dell'intero, quindi $\frac{1}{16}$ della superficie del quadrato di partenza.

Fig. 3

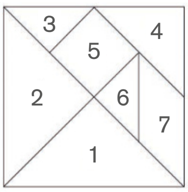


Fig. 1

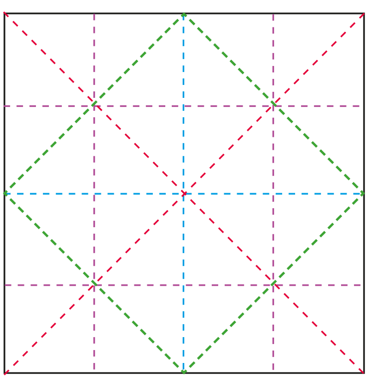
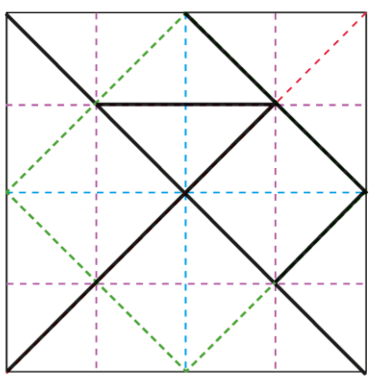


Fig. 2



Poligoni con i Tan

Chiediamo agli allievi di disporre le tessere del Tangram in modo da costruire poligoni concavi. Potranno realizzare tutti i poligoni che vogliono, riprodurli sul foglio e scrivere il nome vicino a ogni poligono disegnato. Chiediamo poi ai bambini di disporre le tessere del Tangram in modo da costruire poligoni convessi: un quadrato, un rettangolo, un triangolo rettangolo isoscele, un parallelogrammo, due trapezi rettangoli, un trapezio isoscele, due pentagoni e quattro esagoni.
Consegniamo a ogni alunno la **SCHEDA**. Facciamo scrivere vicino a ogni disegno di poligono il nome; il passo successivo è quello di costruirli con i 7 Tan. Osserviamo che il quadrato è stato costruito e smontato tante volte: è il quadrato di partenza. Se gli alunni si trovano in difficoltà nel costruire gli altri poligoni, forniamo loro un modello da seguire. Iniziamo con quello del rettangolo. Invitiamo gli allievi a osservarlo, a descriverlo e a ricostruirlo.

Spostando in modo opportuno due Tan si può ottenere un triangolo rettangolo isoscele (**Fig. 5**). Costruiamo poi il gli altri quadrilateri, i pentagoni e gli esagoni (**Fig. 4**).
I modelli dei due pentagoni e dei quattro esagoni ci aiuteranno a accompagnare gli alunni nell'idea che non esiste SOLO un pentagono convesso (il pentagono regolare) così come non esiste SOLO un esagono convesso (l'esagono regolare).

Misure di angoli

Iniziamo dal quadrato di partenza del Tangram e chiediamo agli alunni di misurare gli angoli interni.
Stabilito che gli angoli interni del quadrato sono uguali fra loro e che ognuno misura 90°, chiediamo ai bambini di scriverlo sul foglio quadrato; se vogliono possono usare una rappresentazione dell'angolo per evidenziare l'angolo che hanno misurato.
Chiediamo di piegare il foglio facendo combaciare due lati consecutivi e osserviamo i tre angoli dei triangoli ottenuti: un misura 90°, gli altri due sono ognuno la metà di un angolo di 90°. Verifichiamolo misurandone l'ampiezza con il goniometro e chiediamo di scriverlo sul foglio quadrato.
Pieghiamo ancora la carta fino a ottenere tutti i pezzi del Tangram e ogni volta scriviamo la misura degli angoli interni dei poligoni che si formano. Riflettiamo: non è sempre necessario controllare la misura degli angoli con il goniometro; possiamo usare i dati che conosciamo per scrivere la misura degli angoli interni dei poligoni:
• i triangoli rettangoli isosceli hanno un angolo di 90° (l'angolo retto) e due angoli uguali ognuno dei quali misura la metà di un angolo retto, 45°: conosciamo, quindi, la misura degli angoli interni di ogni tessera a forma di triangolo rettangolo isoscele;
• il quadrato ha quattro angoli retti, quindi possiamo scrivere la misura degli angoli interni di ogni tessera a forma di quadrato;
• se addizioniamo la misura dei tre angoli interni di un triangolo abbiamo 180° che corrisponde alla metà della somma della misura degli angoli interni di un quadrato.
Questo ci permetterà di stabilire quanto misurano gli angoli del Tan a forma di parallelogrammo. Osserviamo con gli alunni la **Fig. 6** e chiediamo di spiegare perché gli angoli del parallelogrammo rappresentati con la faccina rossa misurano 45° e quanto misurano gli angoli del parallelogrammo rappresentati con la faccina gialla.

SCHEDA: Poligoni con il Tangram

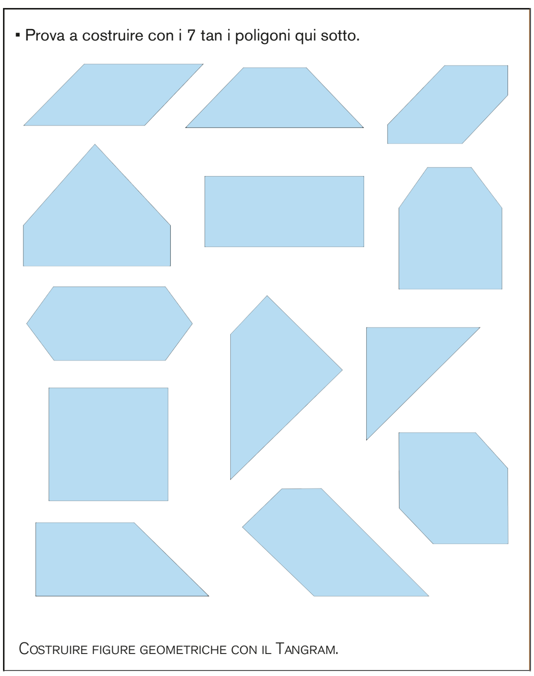
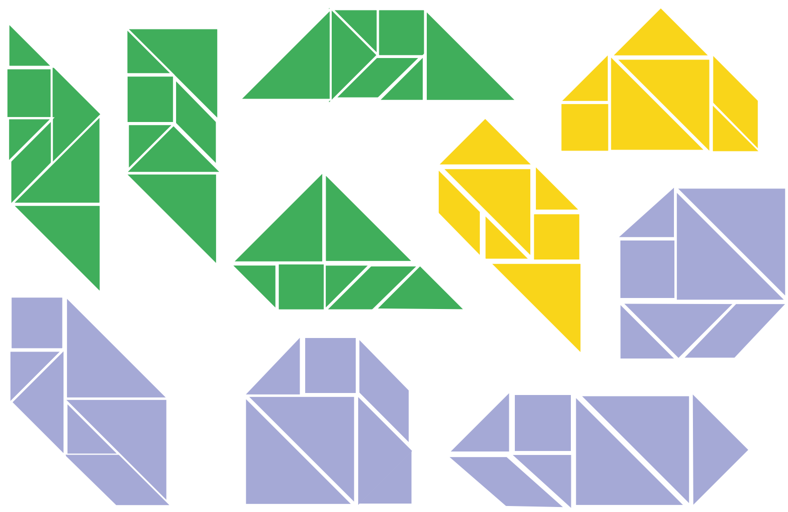


Fig. 4 **Quadrilateri, pentagoni ed esagoni**



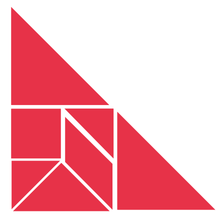


Fig. 5 **Triangolo rettangolo isoscele**

Concentriamoci sulla misura degli angoli interni dei triangoli e dei quadrilateri

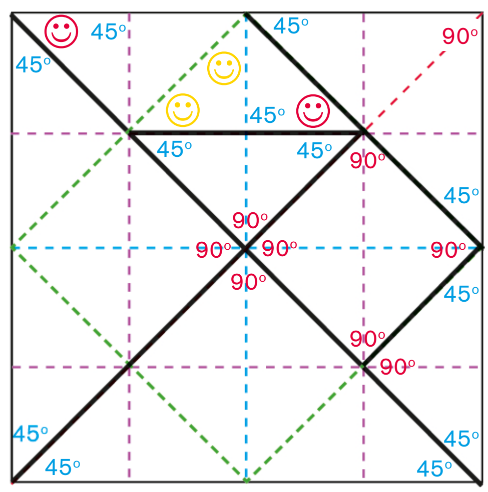
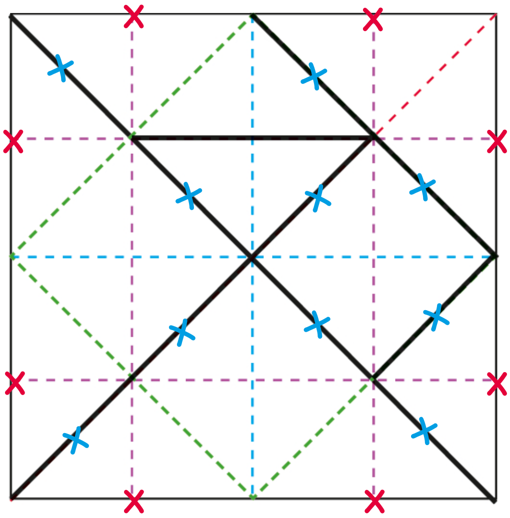


Fig. 6

Perimetro e area

Fig. 7A

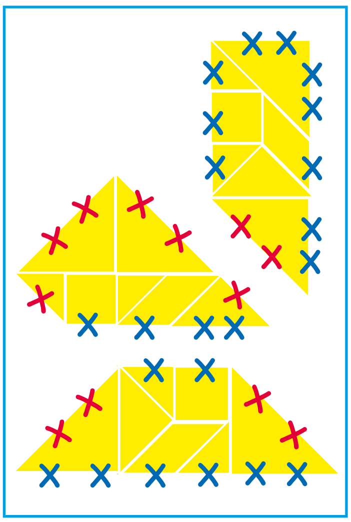


Sappiamo che i poligoni costruiti sono equiestesi; sono anche isoperimetrici? Verifichiamolo insieme.
Abbiamo già rilevato le relazioni fra i lati di alcuni Tan; vediamo insieme le altre:
- la lunghezza dei lati paralleli del parallelogrammo è uguale alla lunghezza dell'ipotenusa del triangolo piccolo e ai cateti del triangolo medio, ed è la metà della lunghezza dei cateti del triangolo grande (**Fig. 7A**).

Misuriamo la lunghezza del lato del quadrato e la lunghezza dell'ipotenusa del triangolo piccolo: sono le due misure necessarie per calcolare il perimetro dei poligoni costruiti con i 7 Tan.
Iniziamo a calcolare il perimetro dei tre trapezi sommando la misura della lunghezza dei lati (**Fig. 7B**); scriviamolo prima con le parole, poi con i numeri. Facciamo l'esempio per il trapezio isoscele considerando che la misura del lato del quadrato di partenza sia 20 cm:
- perimetro del trapezio isoscele (trapezio 1):

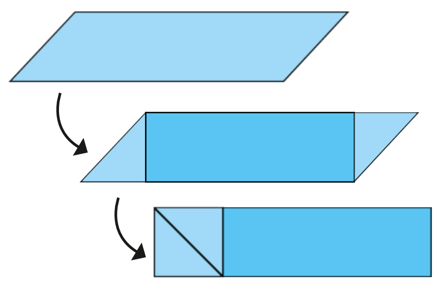
alla misura dell'ipotenusa del triangolo piccolo ripetuta quattro volte addizioniamo la misura del lato del quadrato ripetuta otto volte.
(10 x 4) + (7 x 8) = 96 cm

Fig. 7B



Quadrilateri

Calcoliamo l'area dei quadrilateri. Iniziamo dal rettangolo: basta moltiplicare la misura di un lato per la misura del lato consecutivo; verifichiamolo insieme chiedendo agli alunni di disegnare un rettangolo su un foglio quadrettato. Uno dei due lati di cui abbiamo usato la misura viene comunemente chiamato base e l'altro è l'altezza relativa alla base. Concordiamo di dare anche noi il nome base a un lato e evidenziamo l'altezza a questo relativa (**Fig. 8**).
Stabilito che qualsiasi lato può essere chiamato base, registriamo la "formula scoperta" (base per relativa altezza) in un cartellone dove avremo disegnato una tabella con tre colonne, una per il nome del poligono, due per le formule; di volta in volta verificheremo insieme se è possibile usare una formula già scoperta.
Calcoliamo l'area del quadrato. Osserviamo che il quadrato è un rettangolo e possiamo usare la stessa formula. A volte si preferisce usare "lato per lato" come formula da imparare a memoria per questo calcolo, ma i lati sono rispettivamente la base e l'altezza relativa alla base.
Riflettiamo con gli alunni che non serve imparare una formula in più, ma è necessario sapere cosa significa $l \times l$.
Scriviamo nella tabella la formula "base per relativa altezza" anche per il quadrato e, se gli alunni lo chiedono, anche "lato per lato".
Continuiamo con il parallelogrammo: possiamo usare di nuovo la stessa formula? Cerchiamo di trovare un modo per fare diventare il parallelogrammo un rettangolo. Possiamo tagliare il parallelogrammo e ricostruirlo come un rettangolo in cui la base e la relativa altezza sono della stessa lunghezza del parallelogrammo di partenza.
Sì, possiamo usare la stessa formula anche per il parallelogrammo; scriviamolo nella tabella.



Con lo stesso metodo affrontiamo l'area del rombo e del trapezio.
Leggiamo insieme agli alunni la tabella che abbiamo costruito e poniamo una domanda: "Quante sono le formule da dover ricordare a memoria?".
Raccogliamo tutte le osservazioni e registriamole in un documento di classe.

Fig. 8