Matematica

5

Classe

Relazioni fra perimetro e area

Accompagniamo i bambini a lavorare con l'immaginazione e a scegliere il mezzo rappresentativo per mostrare a noi e anche ai compagni quanto immaginato. Oltre alle descrizioni fatte con il disegno e con il linguaggio orale, valorizziamo quelle fatte tramite il gesto perché importantissime per poter esternare l'idea.

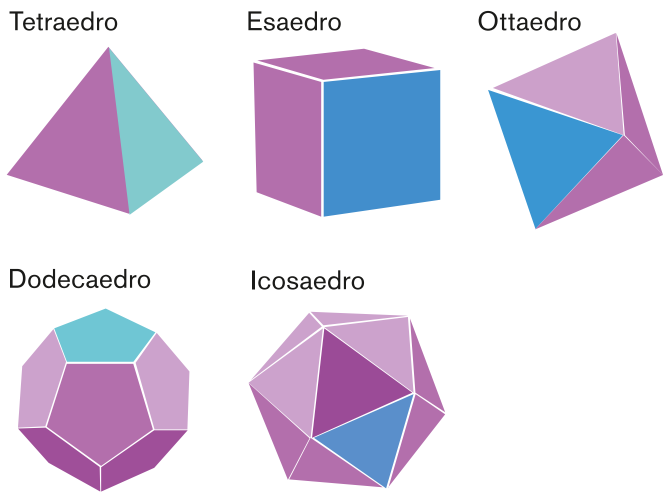
Gli angoli interni

La somma degli angoli interni in ogni triangolo è di 180° e in ogni quadrilatero è di 360°. Chiediamo agli alunni di disegnare tutti i triangoli e i quadrilateri che vogliono con la matita su un foglio e di misurare l'ampiezza di ogni angolo con il goniometro; basterà addizionare le misure degli angoli per avere la verifica.
Domandiamo: quanto vale la somma delle misure degli angoli delle facce di un poliedro che concorrono in un unico vertice?
Usiamo i cinque poliedri platonici (**Fig. 1**). Iniziamo dall'esaedro (cubo) e contiamo il numero delle facce quadrate che concorrono in un unico vertice. Sono sempre 3. La somma degli angoli è minore di 360°. Chiediamo agli alunni di spiegarne il motivo, provando a costruire un poliedro con quattro facce quadrate che concorrono in un unico vertice. Che cosa succede? Non abbiamo più un poliedro, le quattro facce si schiacciano sul piano.
Facciamo la stessa verifica con gli altri poliedri: ognuno è costruito con poligoni regolari e in ogni caso la somma delle misure degli angoli che concorrono in un unico vertice è minore di 360°.
Il numero delle facce che concorrono in un unico vertice non è mai minore di 3. Chiediamo agli alunni di spiegarne il motivo.

Solidi di rotazione

Guardiamo insieme il cartone animato **Paperino nel mondo della matemagica** e soffermiamoci sulla parte relativa alle figure di rotazione.

Fig. 1

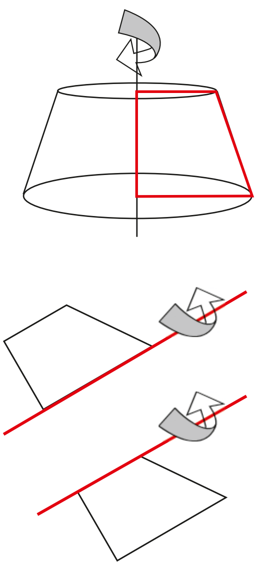


Poi proviamo a fare come Paperino e invitiamo gli alunni a immaginare un triangolo rettangolo. Chiediamo di fissare l'attenzione sui due cateti, poi di concentrarsi sull'ipotenusa. Chiediamo di pensare a una retta passante per uno dei due cateti: chiamiamola asse di rotazione.
Immaginiamo quindi di far fare una rotazione completa (360°) al triangolo attorno all'asse di rotazione: che cosa otteniamo? Anche noi, come Paperino, abbiamo ottenuto un cono: abbiamo un modello di cono, ogni alunno lo possiede nella mente.
Analizziamo le parti ritornando con la mente al triangolo rettangolo e chiediamoci che cosa succede ai cateti e che cosa succede all'ipotenusa. Un cateto resta fermo perché coincidente con l'asse di rotazione, mentre l'altro compie una rotazione completa intorno all'asse e forma una superficie: un cerchio.
Che cosa succede all'ipotenusa? Osserviamo il movimento: nella rotazione gli angoli che si formano fra l'ipotenusa e l'asse di rotazione e fra l'ipotenusa e il cateto che ruota non si modificano; con la rotazione dell'ipotenusa si forma la superficie del cono: l'ipotenusa è la linea generatrice della superficie del cono.
Chiediamo agli alunni di rendere visibile anche agli altri quanto ognuno ha immaginato, costruito e analizzato con la mente. Per farlo potranno scegliere le parole e descrivere, produrre un disegno con un *software*, o usare le mani e i gesti.

Lavoriamo per sviluppare le capacità immaginative dei bambini

www.youtube.com >
Paperino nel mondo della matemagica

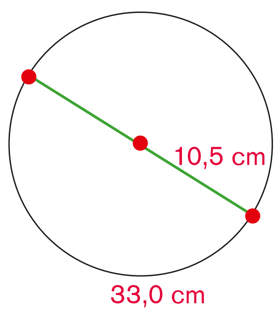
Fig. 2



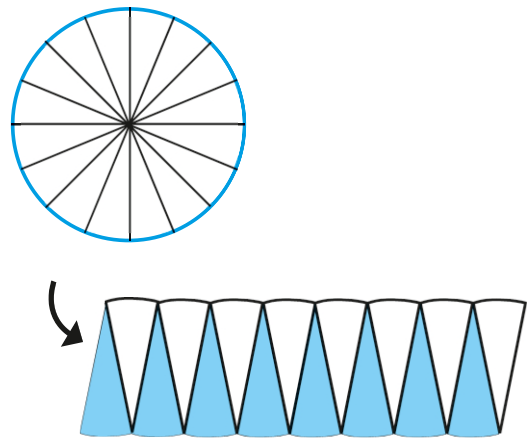
Ipotizziamo di far fare una rotazione completa a un rettangolo attorno a un lato: uno dei lati più lunghi. Individuiamo l'asse di rotazione e immaginiamo la figura che si ottiene.
Chiediamo agli alunni di rendere nota a tutti la figura immaginata con le parole o con un disegno o con un gesto, e diamole il nome: è un cilindro. Mostriamo agli alunni il primo disegno e invitiamoli a descriverlo, dicendo quale figura rappresenta, quale figura è stata ruotata e qual è l'asse di rotazione.
Mostriamo ora il secondo disegno e chiediamo di disegnare le figure di rotazione che si ottengono facendo fare una rotazione completa al trapezio rettangolo, prima intorno a uno dei due lati paralleli, poi intorno all'altro (**Fig. 2**).
Proponiamo agli alunni di immaginare e disegnare altre figure di rotazione pensando di far ruotare una figura bidimensionale intorno a un asse. Chiediamo loro di indicare sia l'asse scelto, sia la figura bidimensionale.

La circonferenza

Chiediamo agli alunni di poggiare un cilindro su un foglio di carta e di ripassare con una matita il contorno dell'impronta della base che tocca il foglio, poi di immergere la base nella tempera e stampare l'impronta su un foglio. Analizziamo le figure ottenute.
Nel primo caso abbiamo disegnato una circonferenza: una linea chiusa formata da punti del piano equidistanti da un punto detto centro.
Nel secondo caso abbiamo disegnato un cerchio: la parte di piano formata da tutti i punti della circonferenza e da tutti i punti interni a questa. Abbiamo una linea quando tracciamo una circonferenza e una superficie quando disegniamo un cerchio.
Con l'aiuto del libro di testo esaminiamo circonferenza e cerchio riconoscendone le parti (corda, diametro, raggio ecc.).
Chiediamo agli alunni di disegnare circonferenze con Cabri Géomètre o con un altro *software*, di misurarne la lunghezza con l'apposito comando e annotare la misura. Disegniamo il diametro di ogni circonferenza, misuriamolo e segniamo la misura vicino a quella della circonferenza.



Per ogni circonferenza calcoliamo il rapporto fra misura della stessa e misura del diametro facendo una divisione.
Scopriamo che il rapporto fra la lunghezza della circonferenza e la lunghezza del diametro è quasi lo stesso in ogni figura che abbiamo disegnato. "Quasi lo stesso" perché le misure che abbiamo preso possono non essere precise; ogni volta possiamo aver approssimato la misura. Il rapporto fra lunghezza della circonferenza e lunghezza del diametro è costante ed è un numero che viene approssimato a 3,14 = π ("pi greco").
Possiamo calcolare la misura della circonferenza moltiplicando la misura del diametro per 3,14. Chiediamo agli alunni di disegnare altre circonferenze e di misurare la loro lunghezza.
Calcoliamo la misura della superficie del cerchio, facendo diventare il cerchio un rettangolo. Immaginiamo di tagliare il cerchio in infiniti settori circolari; ora immaginiamo di accostarli fra loro fino a formare un parallelogrammo, poi un rettangolo.



La lunghezza di un lato coincide con la semicirconferenza e la relativa altezza con il raggio del cerchio; possiamo calcolare l'area: raggio per raggio per 3,14.

Isoperimetria ed equiestensione

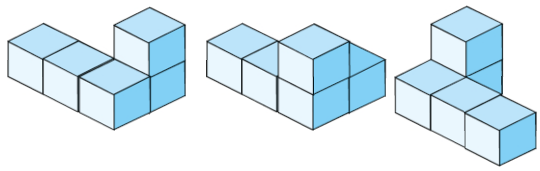
Verifichiamo con gli alunni quale figura bidimensionale, a parità di perimetro, ha area maggiore. Disegniamo tanti triangoli con il perimetro di 36 cm. Chiediamo di disegnare un triangolo equilatero e quanti triangoli vogliono, sia isosceli sia scaleni, e di calcolare l'area.
Confrontiamo le aree. Il triangolo che a parità di perimetro ha area maggiore è il triangolo equilatero. E fra tanti quadrilateri isoperimetrici quale ha area maggiore?
Chiediamo agli alunni di disegnare quadrilateri con il perimetro di 36 cm e di calcolare l'area di ognuno. Confrontiamo le aree. Emergerà che, fra quadrilateri isoperimetrici, il quadrato è quello che ha area maggiore.
Chiediamo agli alunni di immaginare di avere

a disposizione tanti pentagoni convessi isoperimetrici: quale fra tutti ha area maggiore? Le prove che hanno già fatto dovrebbero portarli a rispondere che è il pentagono regolare. A parità di lati e di perimetro, il poligono che ha area maggiore è il poligono regolare.
Facciamo ora il confronto fra poligoni regolari con un diverso numero di lati. Abbiamo a disposizione un triangolo equilatero e un quadrato isoperimetrici, dei quali conosciamo le aree; confrontiamole. Dal confronto emergerà che, fra un triangolo e un quadrato isoperimetrici, quello che ha area maggiore è il quadrato. Chiediamo agli alunni di avere a disposizione un quadrato e un pentagono isoperimetrici e di supporre quale fra i due ha area maggiore: il lavoro fin qui fatto dovrebbe portarli a immaginare che fra i due quello che ha area maggiore è il pentagono. Fra poligoni regolari isoperimetrici ha area maggiore quello che ha maggior numero di lati.
Aggiungiamo il cerchio. Invitiamo gli alunni a disegnare un cerchio con la circonferenza di 36 cm, a calcolarne l'area e confrontarla con quella del quadrato. Dal confronto emergerà che il cerchio ha area maggiore. Fra tutti i poligoni regolari più il cerchio, isoperimetrici, ha area maggiore il cerchio.

Volume e pentacubi

Introduciamo il concetto di volume con i cubetti

Distinguiamo fra una parte di spazio e la sua grandezza: il volume. Scegliamo come unità di misura un cubetto-campione e consegniamo a ogni alunno 5 cubetti uguali. Riprendiamo il lavoro iniziato in terza (p. 100) e costruiamo configurazioni seguendo le stesse regole. Ogni configurazione costruita occupa uno spazio pari a 5 cubetti, che possono avere diverse combinazioni, per esempio:



Consegniamo agli alunni 9 cubetti e chiediamo di costruire un cubo: abbiamo il volume; quanto misurano gli spigoli? Lavoriamo ora con 12 cubetti e chiediamo agli alunni di costruire un parallelepipedo: abbiamo il volume; quanto misurano gli spigoli? Riflettiamo:
• Si può costruire un cubo di volume 8 cubetti? Un parallelepipedo? Quanto misurano gli spigoli?
• Con volume 10 cubetti sarebbe possibile? E con 16 cubetti? E con 25 cubetti?

Le parole delle discipline: Isoperimetria, equiestensione

Il titolo di una attività è "Isoperimetria ed equiestensione". I termini tecnico scientifici sono spesso di derivazione greca o latina, formati per composizione aggiungendo 'elementi fissi' che vengono dal latino e dal greco. Sono termini del tutto nuovi per i bambini, che li sentono usare solo in classe, in contesti precisi.
Diciamo ai bambini che faremo un gioco: lavorando in coppia devono trovare pezzi comuni in parole che contengono elementi fissi. Questi elementi fissi, che vengono dal latino o dal greco, hanno un significato. Saperlo riconoscere li aiuterà a comprendere e ricordare il significato di termini della geometria e di altre discipline.

1. Sottolinea il pezzo uguale in queste parole:
equiesteso – equivalente
***equi-* è il primo elemento di parole composte, significa "uguale".**
equi-esteso vuol dire "grande uguale"; *equi-valente*, in geometria, significa "che ha la stessa area"
▪ Anche queste parole sono formate con *equi-*. Scrivi qual è il loro significato.
equi-latero: che ha i lati ....
equi-angolo: che ha gli ....
equi-distante: che è ....
▪ In geografia trovi equinozio. Completa la definizione.
equi-nozio: ognuno dei due momenti dell'anno in cui, su tutta la Terra, la durata del giorno è .... alla durata della notte.

2. Possiamo proporre lo stesso gioco con la coppia di termini isoperimetria - isoscele.
***Iso-* è il primo elemento di parole composte, significa "uguale".**
Iso-perimetria significa "che ha .... perimetro"
Iso-scele, riferito a triangolo, significa che ha due lati e quindi due angoli ....

Gabriella Ravizza