Frazioni e relazioni in gioco

Annarita Monaco

classe 4

matematica

Questo mese parliamo di...

FRAZIONI · GIOCHI · PROBABILITÀ · PROBLEMI · RELAZIONI AREA-PERIMETRO

Dedichiamoci prevalentemente a un argomento importante e complesso: le frazioni. Partiamo dall'accezione più intuitiva del concetto e poi sondiamo aspetti meno immediati, utilizzando situazioni ed esempi di vita reale. Affianchiamo a esso un secondo argomento, non meno complesso e affascinante, qual è quello delle relazioni area-perimetro nei poligoni, per smontare una misconcezione diffusa tra grandi e piccoli e impostare, nello stesso tempo, un lavoro di visualizzazione geometrica e di ragionamento.

PER SAPERNE DI PIÙ

- Bagni G.T. (2008). *Giochi. Storia, geografia, didattica della matematica.* Bologna: Archetipo Libri.
- Peiretti F. (2012). *Il matematico si diverte.* Milano: Tea.
- Gheverghese Joseph G. (2003). *C'era una volta un numero.* Milano: Il Saggiatore.

VERSO I TRAGUARDI DI COMPETENZA

L'alunno:
- risolve problemi in tutti gli ambiti di contenuto relativi alla sua esperienza e descrive il procedimento seguito;
- riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici;
- conosce e utilizza frazioni come parte di un tutto continuo e discreto;
- sviluppa un atteggiamento positivo verso la Matematica;
- intuisce come gli strumenti matematici, che ha imparato a utilizzare, siano utili per operare nella realtà.

RACCORDI

- ITALIANO • STORIA
- ARTE E IMMAGINE

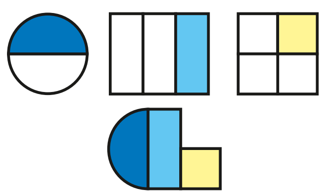
NUMERI

Obiettivi
- Utilizzare frazioni per descrivere situazioni di vita quotidiana.
- Conoscere la frazione come parte di un tutto continuo o discreto.

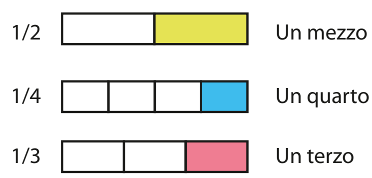
FRAZIONE COME PARTE DI UN INTERO

Presentiamo ai bambini questa storia-problema.

Lalla chiede a sua nonna Anna di confezionarle una copertina. La nonna, per realizzarla, utilizza: ***la metà*** *di un telo circolare blu;* ***un terzo*** *di un telo rettangolare celeste;* ***la quarta parte*** *di un telo quadrato giallo. Disegna i teli, colora e ritaglia le parti, come indicato dalle parole in grassetto. Infine realizza una copertina componendo le parti nel modo che preferisci.*



Definiamo il significato matematico delle parole **la metà**, **un terzo**, **la quarta parte**. Prendere la metà significa considerare una delle due parti uguali in cui è stato diviso esattamente l'intero (il telo circolare). Prendere un terzo significa considerare una delle tre parti uguali in cui è stato diviso l'intero (il telo rettangolare). Continuiamo allo stesso modo con la quarta parte. Invitiamo i bambini a effettuare rappresentazioni diverse di queste tre frazioni.



Analizziamo con i bambini la scrittura simbolica di una frazione, per esempio $\frac{1}{4}$.
Il numero che sta sotto la linea di frazione si chiama **denominatore** e indica in quante parti uguali viene diviso l'intero.
Il numero che sta sopra la linea di frazione si chiama **numeratore** e indica quante parti si prendono in considerazione. La **linea di frazione** significa "diviso".
Consegniamo ai bambini le **schede 1 e 2**.

Obiettivo

- Riconoscere frazioni equivalenti.

FRAZIONI EQUIVALENTI

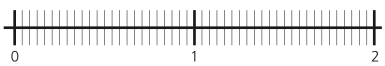
Proseguiamo molto gradualmente il nostro percorso sulle frazioni e introduciamo un secondo aspetto delle frazioni. I bambini utilizzano diverse rappresentazioni dell'oggetto frazione. Ciò accade, per esempio, quando ci troviamo a operare con le **frazioni equivalenti**: esse hanno lo stesso valore, nonostante siano scritte in modi diversi: $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{4}{8}$.
Chiediamo ai bambini:

- Come si può passare da una frazione data a una *equivalente* a essa?

Chiediamo ai bambini di scrivere sul quaderno altre frazioni equivalenti a $\frac{1}{2}$ e consegniamo la **scheda 3**.

FRAZIONI IMPROPRIE

Introduciamo i concetti di frazione **impropria** e **apparente**.
Prepariamo dei cartellini sui quali siano scritte le seguenti frazioni: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{4}{8}$; $\frac{6}{6}$; $\frac{48}{24}$.
Appendiamo al muro una linea dei numeri da 0 a 2 (che rappresenti, dunque, due unità).



Ogni unità è divisa in ventiquattro parti uguali. Invitiamo i bambini ad attaccare con un filo e dello scotch carta ciascun cartellino nella posizione giusta sulla linea. Iniziamo dal cartellino $\frac{1}{2}$: dove va collocato? Consideriamo tutta la lunghezza della striscia che corrisponde a una unità e dividiamola a metà, 24 : 2 = 12. Il cartellino va in corrispondenza della dodicesima stanghetta. Procediamo con il cartellino $\frac{3}{6}$. Esso si colloca sempre a metà della striscia, così come $\frac{1}{2}$. Lo stesso discorso vale per i $\frac{4}{8}$. Sono tutte rappresentazioni diverse di "metà". Le cose cambiano per le due frazioni $\frac{6}{6}$ e $\frac{48}{24}$. Nel caso di $\frac{6}{6}$ dobbiamo considerare tutta la prima unità della striscia. Nel caso, invece, di $\frac{48}{24}$ dobbiamo prendere tutte le parti della prima unità *più* tutte le parti della seconda unità. Tale frazione equivale a 2 unità complete.

Concludiamo definendo la **frazione apparente** e la **frazione impropria**.

L'Atelier

Strisce e frazioni equivalenti

Che cosa serve

Carta non quadrettata oppure carta di giornale, forbici, righello, matita.

Come si fa

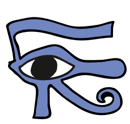
1. Chiediamo di ritagliare tre strisce di carta non quadrettata della stessa lunghezza (per esempio di 16 cm).
2. Facciamo suddividere le strisce in parti uguali in tre modi diversi: la striscia A viene suddivisa in due parti uguali (8 cm e 8 cm); la striscia B in 4 parti uguali (ogni parte è lunga 4 cm); la striscia C in 8 parti uguali (ogni parte è lunga 2 cm).
3. Tagliamo $\frac{1}{2}$ della prima striscia, $\frac{2}{4}$ della seconda, $\frac{4}{8}$ della terza.
4. Mettiamo a confronto le parti delle strisce tagliate e misuriamole.
I bambini riscontrano che tutte e tre le parti delle strisce misurano 8 cm.
Le tre frazioni $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{4}{8}$, quindi, si dicono "equivalenti" perché indicano lo stesso valore; in questo caso la stessa lunghezza.

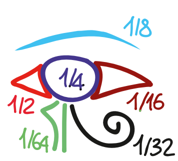
Nelle **frazioni improprie** il numeratore è maggiore o uguale al denominatore. Le **frazioni apparenti** sono un caso speciale delle frazioni improprie e sono caratterizzate dal fatto che il numeratore è multiplo del denominatore.

LE FRAZIONI E GLI EGIZI

Consegniamo ai bambini il seguente testo (Gheverghese Joseph 2003).

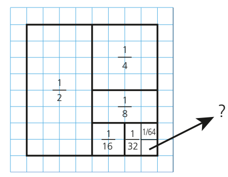
Un'antica testimonianza delle frazioni presso gli Egizi la troviamo nel Papiro di Rhind, nel quale ci sono numerosi esempi dell'uso di frazioni per la risoluzione di problemi di vita reale. Le frazioni unitarie avevano come denominatore le prime sei potenze di 2 ($\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{32}$; $\frac{1}{64}$), che esprimevano i sottomultipli dell'hekat, l'unità di misura che gli Egizi utilizzavano per il grano e l'orzo, corrispondente a circa 4,785 litri di oggi. L'origine di tali frazioni risale alla leggenda dell'occhio di Horus, secondo la quale Horus, figlio di Iside e Osiride, volle vendicare la morte del padre, ucciso dal fratello Seth. Durante la lotta Horus perse un occhio, ma il dio Toth lo ritrovò e lo ricompose…
Gli antichi Egizi usavano le parti del simbolo dell'occhio di Horus per descrivere le frazioni.





Il disegno mostra quale frazione indica ogni parte dell'occhio.

Invitiamo ora gli alunni a rappresentare sulla superficie di un quadrato le frazioni unitarie che sono indicate dall'occhio di Horus. Una rappresentazione potrebbe essere la seguente.



I bambini utilizzando tale rappresentazione si rendono conto del fatto che la somma delle sei frazioni $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{32}$ e $\frac{1}{64}$ non ricompone l'intero. Manca un pezzetto: $\frac{1}{64}$.

RELAZIONI, DATI E PREVISIONI

Obiettivo

- Rappresentare una situazione probabilistica.

FRAZIONI E PROBABILITÀ

Approfittiamo della prossima festa del Natale: organizziamo in aula una tombola. Gli alunni devono servirsi di strumenti e tecniche di tipo probabilistico. Predisponiamo cartellone, cartelle e sacchetto con i numeri. Prima di iniziare chiediamo: "Se estraggo un numero, è possibile che sia pari? È possibile oppure certo che esca un numero minore di 90? È possibile che sia un numero a due cifre? E che sia un numero a tre cifre?". Invitiamo i bambini a spiegare ogni volta la loro risposta.Arriviamo a stabilire che:

1. un evento è impossibile se non si può verificare assolutamente;

2. un evento è possibile qualora non sia impossibile che si verifichi;

3. un evento è certo se è sicuro assolutamente che si verificherà (è un caso particolare di possibile).

Invitiamo i bambini ad organizzare un'altra situazione che permetta di effettuare riflessioni dello stesso tipo. È possibile che a qualcuno venga in mente il gioco del dado. Mettiamo a disposizione più dadi ad alunni organizzati a gruppetti. I bambini devono possedere le seguenti informazioni: un dado è formato da 6 facce, numerate da 1 a 6. Chiediamo:"Qual è la probabilità che la somma dei numeri sia 2? Quanti sono i casi possibili? Quanti sono i casi favorevoli? Qual è la probabilità che la somma dei numeri sia 6?". Consegniamo ai bambini la **scheda 4**.

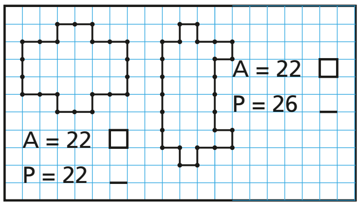
Obiettivi

- Determinare il perimetro di una figura con procedimenti personali.
- Determinare l'area di una figura con la tassellazione.

AREA E PERIMETRO IN RELAZIONE

Mettiamo a disposizione dei bambini stuzzicadenti e cartoncini colorati quadrati, che abbiano il lato della stessa lunghezza degli stuzzicadenti.

Invitiamo i bambini a realizzare tante figure diverse e di fantasia, usando i cartoncini quadrati per creare lo spazio interno (**superficie**) e gli stuzzicadenti per il **contorno** delle pareti. Di esse calcoleremo la misura della superficie (**area**) e la misura del contorno (**perimetro**). Diamo modo di mettersi in gioco, per un tempo congruo.



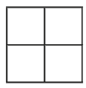
Poniamo le seguenti domande:

- Due figure che hanno la stessa area, hanno anche lo stesso perimetro?
- Se aumenta l'area aumenta anche il perimetro?
- Se diminuisce l'area diminuisce anche il perimetro?
- In che relazione sono area e perimetro?

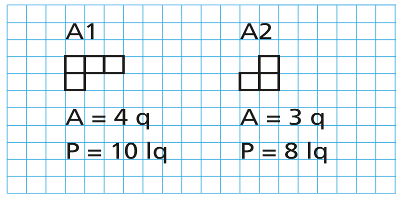
I bambini scoprono che la convinzione, spesso comune, che figure equiestese siano anche isoperimetriche è falsa. Tra area e perimetro ci può essere anche una relazione inversa: se aumenta l'area, per esempio, può diminuire il perimetro, e viceversa.

Lavoriamo, a questo punto su carta quadrettata.

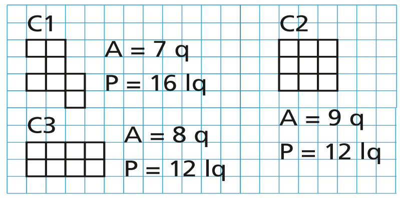
Invitiamo i bambini a disegnare questa figura A.



Chiediamo poi di disegnare sul quaderno la figura A1, che abbia area uguale ma perimetro maggiore. Invitiamoli poi a disegnare la figura A2, che abbia area minore ma uguale perimetro. Facciamo spiegare il procedimento risolutivo seguito.



Consegniamo ai bambini le **schede 5 e 6**, che contengono veri e propri *problem solving*. A titolo di esempio riportiamo i possibili poligoni C1, C2 e C3 come esempio per la scheda 6.



? L'ANGOLO DEI PROBLEMI

Le carte: un problema senza numeri

Proponiamo il seguente problema, senza numeri, invitando i bambini a lavorare in questo modo: individualmente rappresentano il problema ed elaborano la soluzione sul quaderno; in un secondo momento si confrontano in coppia. Infine le coppie si confrontano in una discussione collettiva.

Laura, Sonia, Roberto e Luca stanno contando le loro carte. Luca ha più carte di Roberto, ma Laura ha meno carte di Roberto. Laura e Sonia hanno insieme tante carte quante ne hanno Roberto e Luca insieme.
Chi ha più carte? Chi ha meno carte?

Soluzione. Un possibile ragionamento effettuato dai bambini e corredato da rappresentazione è il seguente: Roberto e Luca hanno, insieme, tante carte quante ne hanno Laura e Sonia, insieme. Si deduce dunque che Sonia debba avere più carte di Luca, per poter fare in modo che, aggiungendo le sue carte a quelle di Laura, ne abbiano, insieme, tante quante ne hanno Roberto e Luca, insieme. La risposta è dunque: Sonia ha più carte e Laura ha meno carte.

matematica

Scheda 1

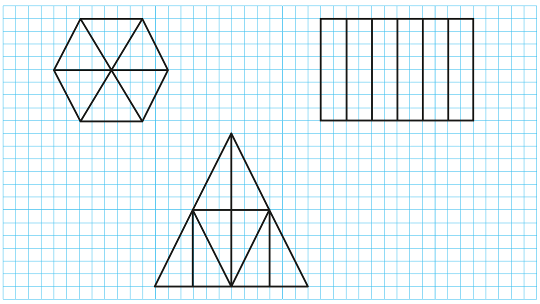
FRAZIONI E RAPPRESENTAZIONI

• Scrivi sotto forma di frazione con i simboli matematici; poi cerchia di blu i denominatori e di rosso i numeratori.

Due quinti	Tre ottavi	Due quarti
Quattro sedicesimi	Tre undicesimi	Cinque noni
....	....	....
....	....	....

• Rappresenta graficamente sul quaderno ciascuna delle frazioni sopra.

• Osserva le figure, completa le frazioni e colora, in ciascuna figura, la parte indicata dal numeratore.



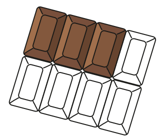
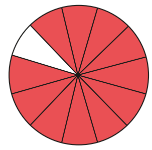
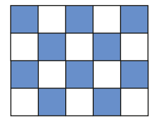
$\frac{5}{....}$ $\frac{2}{....}$ $\frac{7}{....}$

Operare con frazioni come parte di un'unità continua.

Scheda 2

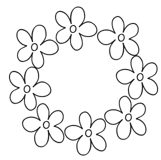
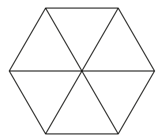
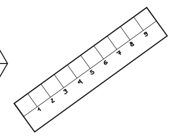
FRAZIONI DI UNITÀ DISCRETE

• Scrivi la frazione a cui corrisponde la parte evidenziata nei disegni.

....

• Colora le unità frazionarie corrispondenti alle frazioni indicate, dopo aver inserito i denominatori.

$\frac{1}{....}$ $\frac{4}{....}$ $\frac{3}{....}$

Operare con frazioni come parti di un'unità continua.

Scheda 3

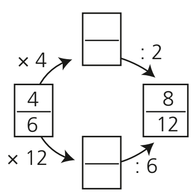
FRAZIONI EQUIVALENTI

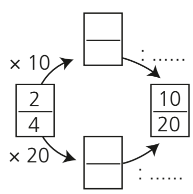
• Osserva le seguenti frazioni e circonda con lo stesso colore quelle che sono tra loro equivalenti.

$\frac{2}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{12}{16}$

$\frac{14}{20}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{10}{40}$ $\frac{6}{27}$

• Completa lo schema.





• Rappresenta con disegni sul quaderno le seguenti coppie di frazioni equivalenti.

$\frac{1}{5}$ $\frac{5}{25}$	$\frac{3}{9}$ $\frac{9}{27}$	$\frac{1}{4}$ $\frac{4}{16}$	$\frac{2}{8}$ $\frac{10}{40}$

Riconoscere e rappresentare frazioni equivalenti.

Scheda 4

FRAZIONI E PROBABILITÀ

• Leggi e completa.

1. In un'urna ci sono 16 palline: 3 bianche, 5 verdi e le altre rosse.
Qual è la probabilità che esca una pallina bianca?
.... casi favorevoli su .... casi possibili.
Qual è la probabilità che esca una pallina verde?
.... casi favorevoli su .... casi possibili.
Qual è la probabilità che esca una pallina rossa?
.... casi favorevoli su .... casi possibili.

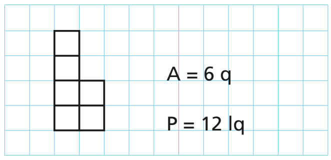
2. Sul tavolo ci sono due dadi. Devi lanciarli entrambi.
Quante probabilità hai di totalizzare 5?
I casi possibili sono ....
I casi favorevoli sono ....
Scrivi di seguito il tuo ragionamento.
....
....
....
....
Qual è il punteggio che ha la maggiore probabilità di uscire? ....
Quali sono i punteggi che hanno la minore probabilità di uscire?
....
Ci sono punteggi che hanno la stessa probabilità di uscire? ....
Quali sono? ....
....

In situazioni concrete individuare il rapporto casi possibili/casi favorevoli.

Scheda 5

AREA E PERIMETRO/1

• Osserva il seguente poligono B.



• Disegna di seguito due poligoni che abbiano:

– area uguale ma perimetro minore;
– area maggiore ma uguale perimetro.

• Disegna un poligono di fantasia. Poi disegna altri due poligoni che abbiano le seguenti caratteristiche:

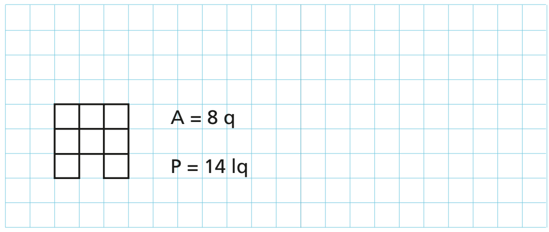
– perimetro uguale e area maggiore;
– perimetro uguale e area minore.

INDIVIDUARE RELAZIONI TRA AREA E PERIMETRO IN POLIGONI.

Scheda 6

AREA E PERIMETRO/2

• Osserva il seguente poligono C.



• Disegna di seguito altri tre poligoni che abbiano rispettivamente:

– area minore ma perimetro maggiore;
– area maggiore ma perimetro minore;
– area uguale ma perimetro minore.

INDIVIDUARE RELAZIONI TRA AREA E PERIMETRO IN POLIGONI.

per la DIDATTICA inclusiva

Le schede continuano sul web
www.lavitascolastica.it > Didattica

Difficoltà di apprendimento

di Chiara Barausse e Marta Todeschini

Calcolo a mente e scritto

È importante favorire il ragionamento e l'automatizzazione sia dei calcoli scritti sia delle strategie di calcolo a mente. Sono auspicabili attività quasi giornaliere, di breve durata, con proposte e giochi che privilegino il calcolo mentale allo scritto.

Come intervenire. Con la scheda D1 i bambini decidono quando utilizzare il calcolo a mente e quando il calcolo scritto. Scarichiamo da www.lavitascolastica.it > Didattica la scheda D2 che rafforza il lavoro precedente e la scheda D3 con cui potenziare l'area del calcolo scritto, sfruttando alcune strategie visive per memorizzare la procedura della divisione in colonna con i numeri decimali. L'alunno con DSA incontra difficoltà se la procedura verbale è troppo lunga, perciò può essere aiutato dai colori. L'utilizzo di una griglia pronta facilita anche i bambini con difficoltà visuo-spaziali. La possibilità di esplicitare la sottrazione per trovare il resto agevola chi fatica nella memoria a breve termine permettendogli di evitare di sovraccaricare la memoria di lavoro con passaggi impliciti. La stessa scheda può essere proposta modificando le operazioni e a seconda del livello degli alunni.

Per saperne di più. Lucangeli D. (2012). *La discalculia e le difficoltà in aritmetica*. Firenze: Giunti Scuola.

Scheda D1

SOTTRAZIONI A MENTE O IN COLONNA?

• Leggi le sottrazioni e decidi tu se eseguirle a mente o in colonna. Colora la casella.
• Poi risolvi sulla scheda le operazioni che si possono fare a mente e sul quaderno i calcoli in colonna.

Esempio		
170 – 10 = 160	A MENTE	IN COLONNA
185 – 36 = ...	A MENTE	IN COLONNA

100 – 30 = ...	A MENTE	IN COLONNA
238 – 49 =	A MENTE	IN COLONNA
188 – 8 = ...	A MENTE	IN COLONNA
627 – 49 = ...	A MENTE	IN COLONNA
1000 – 600 = ...	A MENTE	IN COLONNA
240 – 200 = ...	A MENTE	IN COLONNA

• Come fai a scegliere se calcolare a mente o in colonna?
....
....