

Come scegliere i problemi

A cura di Pietro Di Martino

16 gennaio 2025 - Formazione Base



LE TRE DIMENSIONI DI UN PROBLEMA

Soggettiva	Ciò che per un individuo è un problema, può non esserlo per un altro individuo.
Motivazionale	Non c'è problema per un individuo se non c'è uno scopo.
Temporale	Una stessa situazione può costituire per un individuo un problema in un certo momento della sua vita, e in un altro momento (precedente o successivo) no, per esempio perché ha una procedura pronta per affrontarlo (esercizio), o perché non riconosce uno scopo nell'affrontare la questione.

DIFFERENZE TRA ESERCIZI E PROBLEMI

Esercizio	Problema
Chi lo affronta sa già quale procedura applicare per raggiungere l'obiettivo.	Chi lo affronta non sa a priori quale procedura permette di raggiungere l'obiettivo.
Prevede un comportamento esecutivo e riproduttivo.	Richiede di prendere decisioni, e quindi un comportamento strategico.
L'errore è indicatore di un'applicazione scorretta della procedura.	L'errore può essere parte del percorso risolutivo e va dunque messo nel conto.
Il tempo è quello dell'esecuzione della procedura.	È necessario tempo: per riflettere, per comprendere, per esplorare, per congetturare, per controllare...
Permette di lavorare su conoscenze e abilità. Le competenze coinvolte si limitano all'applicazione corretta della procedura.	Permette di lavorare su conoscenze e abilità e di adattarle a situazioni nuove, ovvero di mettere in gioco competenze.



Metodologia

Ruolo cruciale
insegnante

Scelta

Criteri di scelta

1. È di una complessità adeguata alla classe:

- deve mettere l'allievo di fronte a una situazione nuova, *impegnativa* (cioè deve effettivamente costituire un problema);
- al tempo stesso deve essere *affrontabile* (non necessariamente risolto) con gli strumenti che si ritiene l'allievo abbia a disposizione: in particolare la richiesta deve essere comprensibile.

2. È significativo rispetto agli obiettivi prefissati:

- favorisce lo sviluppo di una visione adeguata della matematica e di un buon senso di autoefficacia;
- permette di lavorare su *processi* matematici significativi, quali:
 - comprendere
 - esplorare
 - rappresentare
 - congetturare
 - argomentare
 - attivare processi di controllo
 - comunicare
- mette in gioco contenuti matematici significativi.

3. Nel caso sia contestualizzato in una situazione realistica, è comprensibile alla luce della conoscenza del mondo che ha l'allievo, cioè è autentico; in particolare:

- la situazione descritta (il *contesto*) e le informazioni date non sono artificiose;
- il modo in cui sono date le informazioni non è artificioso;
- la domanda non è artificiosa.

4. È inclusivo, ovvero permette:

- l'esplorazione;
- approcci risolutivi diversi;
- idee e processi significativi, anche se non si concludono con la soluzione.

Caratterizzazione di *buon* problema

Complessità adeguata Affrontabile

È davvero un
problema

È significativo

Se contestualizzato
è autentico

È inclusivo

Criteri di scelta

1. È di una complessità adeguata alla classe:

- deve mettere l'allievo di fronte a una situazione nuova, *impegnativa* (cioè deve effettivamente costituire un problema);
- al tempo stesso deve essere *affrontabile* (non necessariamente risolto) con gli strumenti che si ritiene l'allievo abbia a disposizione: in particolare la richiesta deve essere comprensibile.

2. È significativo rispetto agli obiettivi prefissati:

- favorisce lo sviluppo di una visione adeguata della matematica e di un buon senso di autoefficacia;
- permette di lavorare su *processi* matematici significativi, quali:
 - comprendere
 - esplorare
 - rappresentare
 - congetturare
 - argomentare
 - attivare processi di controllo
 - comunicare
- mette in gioco contenuti matematici significativi.

3. Nel caso sia contestualizzato in una situazione realistica, è comprensibile alla luce della conoscenza del mondo che ha l'allievo, cioè è autentico; in particolare:

- la situazione descritta (il *contesto*) e le informazioni date non sono artificiose;
- il modo in cui sono date le informazioni non è artificioso;
- la domanda non è artificiosa.

4. È inclusivo, ovvero permette:

- l'esplorazione;
- approcci risolutivi diversi;
- idee e processi significativi, anche se non si concludono con la soluzione.

Caratterizzazione di *buon* problema

Affrontabile

È davvero un
problema

Complessità adeguata

È inclusivo

Mettere in **difficoltà a livello cognitivo** è la base di qualsiasi apprendimento: indipendentemente dal contesto, se proponiamo ad un allievo di mettersi alla prova sempre e solo su cose che pensiamo sappia già fare, non gli insegniamo niente, al limite manteniamo in allenamento quello che sa.

Queste richieste **non
sono** in contrasto

Affrontabile non
significa FACILE

Mettere in **difficoltà a livello emozionale** chiama in causa la scelta dei problemi, che devono essere di una **complessità adeguata** all'allievo, ovvero devono essere abbastanza complessi da metterlo di fronte ad una situazione nuova, impegnativa; ma al tempo stesso, però, devono essere affrontabili (non necessariamente risolti) con gli strumenti che si ritiene l'allievo abbia a disposizione. In particolare devono permettere all'allievo di comprendere che cosa si chiede di esplorare e di dire e fare qualcosa di significativo.



Affrontabile

È davvero un
problema

Complessità adeguata

È inclusivo


Problemi al centro **LIVELLO 1**

LA COLLANA

QUI SOTTO È DISEGNATA SOLO UNA PICCOLA PARTE DI UNA COLLANA MOLTO LUNGA.

COLORA DI GIALLO LE STELLINE, DI ROSSO I CERCHI, DI BLU I TRIANGOLI.

DOPO, CONTINUA A DISEGNARE LA COLLANA FINO A UN'ALTRA STELLINA, RISPONDI ALLE DOMANDE E PROVA A SPIEGARE LE TUE RISPOSTE.



A) FILIPPO SOSTIENE CHE AL TREDICESIMO POSTO C'È UNA STELLINA. HA RAGIONE? _____

B) ERICA DICE CHE AL DICIOTTESIMO POSTO CI DEVE ESSERE UN CERCHIO. È VERO? _____

C) ELENA, SENZA ALLUNGARE ANCORA DI PIÙ LA COLLANA COL DISEGNO, DICE CHE AL VENTESIMO POSTO CI DEVE ESSERE IL SECONDO DEI TRE TRIANGOLI. È VERO? _____

D) SECONDO TE QUALE FIGURA SI TROVERÀ AL VENTIQUATTRESIMO POSTO? _____
COME HAI FATTO PER RISPONDERE? _____

NOME _____ CLASSE _____ DATA _____

Problemi al centro **LIVELLO 2**

Le palline

Nel disegno puoi vedere le prime 4 figure di una sequenza che continua nello stesso modo:





Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

1) Quante palline ci saranno nell'ottava figura? _____
Come hai fatto a scoprirlo? _____

2) Quante palline ci saranno nella ventesima figura? _____
Come hai fatto a scoprirlo? _____

3) Secondo te nella stessa sequenza ci può essere questa figura?



Perché? _____

NOME _____ CLASSE _____ DATA _____

Essere **INCLUSIVO** fa riferimento alla possibilità del problema di essere **AFFRONTATO**, non per forza **RISOLTO**

VERSIONE «CLASSICA»: In un recinto ci sono 11 animali, fra conigli e galline. Le zampe sono 34. Quanti sono i conigli? Quante le galline?

Problema con
riferimenti a
«oggetti concreti»

Senza una storia (vuole essere essenzialmente una lista di dati, con un dato legato al riferimento concreto e alla conoscenza enciclopedica dei bambini)

Manca uno scopo: in questa situazione con riferimenti «concreti» qual è l'interesse a rispondere alla domanda?

Questa mancanza di scopo rende complesso per alcuni la comprensione stessa della domanda

Se contestualizzato è **autentico**



VERSIONE «CLASSICA»: In un recinto ci sono 11 animali, fra conigli e galline. Le zampe sono 34. Quanti sono i conigli? Quante le galline?

Riformulazione per creare una storia e uno scopo «alla stessa domanda matematica»

È un processo di sperimentazione **per prove ed errori**

Paola Maggi ‘Il testo finale nasce come evoluzione di due versioni (una secca, l’altra riformulata) che avevano dato esiti negativi nelle sperimentazioni in classi di istituti diversi’

*‘Partendo dall’analisi di ciò **che non funzionava** in questi due testi (contesto-fratture fra contesto e domanda, etc.) inventai questo testo e lo provammo in classe’*

Se contestualizzato è **autentico**

Nonna Giulia ha deciso di partire per una breve vacanza.

I suoi nipoti Luca e Matteo le hanno promesso di dare da mangiare ai suoi animali: cani, gatti, polli e conigli.

Il giorno prima di partire la nonna ha chiamato a casa sua Matteo, il più grande dei nipoti. Gli ha fatto vedere il cibo da dare agli animali raccomandando di non sbagliare tra quello dei conigli e quello dei polli.

Matteo ha ascoltato con grande attenzione e ha promesso di seguire scrupolosamente le sue istruzioni.

Il giorno dopo i due fratelli escono per recarsi a casa della nonna ad accudire gli animali. Lungo la strada incontrano alcuni amici e si fermano a giocare ai giardini. Non si rendono conto che il tempo passa e che la mamma li aspetta per portarli in piscina per la gara di nuoto.

Per fortuna la nonna ha lasciato il mangime degli animali vicino alle ciotole da riempire, così non devono perdere tempo.

Se contestualizzato è **autentico**

Quando Matteo inizia a preparare il cibo per i polli e per i conigli esclama: “Le ciotole sono 11, una per ciascun animale, ma non ricordo quanti sono i polli e quanti sono i conigli! Corri Luca, vai a contarli, intanto io vado a dare da mangiare ai cani e ai gatti”.

Luca protesta, ma poi obbedisce al fratello maggiore.

Tutto trafelato Luca arriva nella parte opposta del cortile, dove si trova la stanza dei polli e dei conigli, ma si accorge che le gabbie sono troppo in alto per lui. Riesce a vedere solo le zampe e, per timore di essere rimproverato, conta quelle .

Torna di corsa da Matteo ed esclama: “Non ho visto gli animali, ma ho contato 34 zampe!”

Matteo si arrabbia perché lui ha bisogno di sapere con esattezza quanti sono i conigli e quanti i polli. Non può rischiare di sbagliare cibo, la nonna si è raccomandata! È tardi, non può andare lui, gli animali sono troppo distanti, la mamma li sta aspettando per portarli alla gara!

Puoi aiutare Matteo a risolvere il suo problema?

Matteo ha davvero bisogno del tuo aiuto!

Se contestualizzato è **autentico**



Risultati delle sperimentazioni con la riformulazione

Il problema diventa realmente più inclusivo: nessun bambino fa operazioni a caso con i numeri presenti

Ovviamente dietro ci sono un approccio e un investimento di tempo importante da parte dell'insegnante

Esplicitazione finalità: comprensione e successivamente risoluzione a coppie di livello

Lettura da parte dell'insegnante

Discussione sulla comprensione

Le coppie lavorano in autonomia. Si raccolgono i protocolli senza dire se la soluzione è giusta o sbagliata

Il giorno dopo si confrontano le diverse soluzioni e si discutono le difficoltà

Alla fine si ascolta se è piaciuta l'attività e perché

Se contestualizzato è **autentico**



Risultati delle sperimentazioni con la riformulazione

Il problema diventa realmente più inclusivo: nessun bambino fa operazioni a caso con i numeri presenti

Ovviamente dietro ci sono un approccio e un investimento di tempo importante da parte dell'insegnante

TEMPO speso non solo e non tanto per risolvere QUESTO problema, ma per costruire competenze significative!

COMPRENSIONE E RIFLESSIONI
META-COGNITIVE

AFFRONTARE UN PROBLEMA

ARGOMENTARE E ASCOLTARE LE
ARGOMENTAZIONI ALTRUI

Se contestualizzato è **autentico**

Un esempio: Testa e zampe

Riformulazione: qualcosa non ci tornava comunque sul fatto che invece di contare Luca non avesse osservato la forma delle zampe, che ovviamente è diversa tra conigli e polli.

All'interno di un laboratorio a SFP è venuta l'idea per superare anche questo aspetto e...

Se contestualizzato è autentico

Teste e zampe

Il Gatto con gli Stivali vuole regalare dei calzini e dei berretti per l'inverno ai suoi amici più cari: i Conigli Salterelli, che lo fanno tanto divertire, e le Galline Gentili, che gli regalano tante uova.

Va allora dal Gufo, che è un bravissimo sarto, e gli dice:

"Buongiorno Gufo, mi servono 10 berretti e 28 calzini morbidi, come quelli che tu sai fare. Sono per i miei amici conigli e per le mie amiche galline. Ora parto per un viaggio. Verrò a prenderli al mio ritorno. Mi raccomando che siano pronti!".

Il gufo dice al Gatto con gli Stivali che certamente troverà tutto pronto al suo rientro, e lo saluta.

Il Gufo chiede al suo aiutante Gufetto di cercare la lana per cucire i berretti e i calzini, ma Gufetto gli dice:

"Maestro Gufo, non possiamo mica fare calzini uguali ai conigli e alle galline! Hanno zampe così diverse...".

Il Gufo risponde:

"Hai proprio ragione. E anche i berretti li dobbiamo fare diversi: la testa dei conigli è molto più grande di quella delle galline... Cos'ha detto il Gatto con gli Stivali? Quanti sono i conigli? Quante sono le galline?".

Gufetto preoccupato risponde:

"Maestro Gufo, il Gatto con gli Stivali non ci ha detto quanti sono i conigli e quante sono le galline! Ci ha detto solo che gli servono 10 berretti e 28 calzini: quindi le teste sono 10 e le zampe sono 28".

Allora il Gufo dice a Gufetto: "10 teste, 28 zampe... mamma mia che confusione! Ma quanti sono i conigli? E quante sono le galline? Come possiamo fare a saperlo? Ormai il Gatto con gli Stivali è partito, e quando torna si aspetta i calzini pronti. Gufetto, pensaci tu che sei bravo a risolvere problemi! Trova il modo per scoprirlo!".



Un esempio: Testa e zampe

La criticità è stata usata proprio per rendere autentico il problema e lo scopo della questione: «non possiamo mica fare calzini uguali ai conigli e alle galline! Hanno zampe così diverse...».

Abbiamo aggiunto «autenticità» passando ad un problema con personaggi di fantasia.

Il riferimento a personaggi «reali» non è garanzia di autenticità, anzi... se questi personaggi agiscono in maniera «irreale», il problema risulta completamente non autentico.

Se contestualizzato è autentico

Teste e zampe

Il Gatto con gli Stivali vuole regalare dei calzini e dei berretti per l'inverno ai suoi amici più cari: i Conigli Salterelli, che lo fanno tanto divertire, e le Galline Gentili, che gli regalano tante uova.

Va allora dal Gufo, che è un bravissimo sarto, e gli dice:

“Buongiorno Gufo, mi servono 10 berretti e 28 calzini morbidi, come quelli che tu sai fare. Sono per i miei amici conigli e per le mie amiche galline. Ora parto per un viaggio. Verrò a prenderli al mio ritorno. Mi raccomando che siano pronti!”.

Il gufo dice al Gatto con gli Stivali che certamente troverà tutto pronto al suo rientro, e lo saluta.

Il Gufo chiede al suo aiutante Gufetto di cercare la lana per cucire i berretti e i calzini, ma Gufetto gli dice:

“Maestro Gufo, non possiamo mica fare calzini uguali ai conigli e alle galline! Hanno zampe così diverse...”.

Il Gufo risponde:

“Hai proprio ragione. E anche i berretti li dobbiamo fare diversi: la testa dei conigli è molto più grande di quella delle galline... Cos'ha detto il Gatto con gli Stivali? Quanti sono i conigli? Quante sono le galline?”.

Gufetto preoccupato risponde:

“Maestro Gufo, il Gatto con gli Stivali non ci ha detto quanti sono i conigli e quante sono le galline! Ci ha detto solo che gli servono 10 berretti e 28 calzini: quindi le teste sono 10 e le zampe sono 28”. Allora il Gufo dice a Gufetto: “10 teste, 28 zampe... mamma mia che confusione! Ma quanti sono i conigli? E quante sono le galline? Come possiamo fare a saperlo? Ormai il Gatto con gli Stivali è partito, e quando torna si aspetta i calzini pronti. Gufetto, pensaci tu che sei bravo a risolvere problemi! Trova il modo per scoprirlo!”.



È significativo

Può far riferimento a specifici contenuti

Per questo un obiettivo del Progetto è anche quello di costruire competenze di costruzione di *bei* problemi

Ma in generale fa riferimento a competenze, in linea con quanto previsto anche dalle Indicazioni Nazionali

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria

L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.

Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.

Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.

Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...).

Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici

Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.

Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.

Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.

Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.

Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...).

Sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato ad utilizzare siano utili per operare nella realtà.

È significativo

Per questi obiettivi, ancora una volta è fondamentale la scelta (vero problema), ma anche l'uso che se ne fa, la metodologia

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria

L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.

Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.

Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.

Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...).

Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici

Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.

Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.

Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.

Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.

Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...).

Sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato ad utilizzare siano utili per operare nella realtà.



Il Progetto mira a condividere materiali di qualità, ma ancor di più a condividere obiettivi e approcci

Metodologia

Ruolo cruciale
insegnante

Scelta

Un 'buon' problema non è di per sé garanzia di una 'buona' attività: l'efficacia dell'attività con un problema dipende infatti in grandissima parte da come l'insegnante la gestisce

Con buone scelte e obiettivi chiari si possono sviluppare attività significative anche con 'cattivi' problemi

