

Problemi rompicapo

È opportuno dare ai ragazzi la possibilità di mettersi alla prova attraverso problemi che diventano delle vere e proprie sfide, dove le soluzioni vengono discusse e condivise con le compagne e i compagni.

di **Nadia Vecchi** 23 luglio 2021



OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO

- Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.
- Scegliere una strategia risolutiva e confrontarla con altre.



ATTIVITÀ

1. [Un bambino geniale](#)
2. [Piramidi di numeri](#)
3. [LABORATORIO Il cappello delle sfide matematiche](#)



VIDEO, SCHEDE E IMMAGINI | DIDATTICA DIGITALE INTEGRATA - DDI

- [VIDEO Il piccolo Gauss](#)
- [SCHEDA Gauss e la somma dei primi 100 numeri naturali](#)
- [SCHEDA Piramidi di numeri](#)
- [IMMAGINE Spostiamo le bottiglie](#)



PER APPROFONDIRE

- [APPROFONDIMENTO La torre di Hanoi](#)

✏ ATTIVITÀ 1

Un bambino geniale

Facciamo vedere ai bambini il **VIDEO Il piccolo Gauss** (disponibile su YouTube), ma fermiamolo a 2:40 minuti per non rivelare la soluzione, oppure leggiamo la **SCHEDA Gauss e la somma dei primi 100 numeri**.

La Vita Scolastica Matematica • Classe quinta
Stumenti

GAUSS E LA SOMMA DEI PRIMI 100 NUMERI NATURALI

Buongiorno! Sono Carl Friedrich Gauss. Sono nato in Germania il 30 aprile 1777 e nel XIX secolo sono stato definito il principe dei matematici. A 7 anni ho iniziato ad andare a scuola e a 10 anni sono entrato nel corso di aritmetica. Ai miei tempi non era come oggi: se si macchiavano i fogli con l'inchiostro o si scriveva male si venivano puniti detersi e tutti. Il mio insegnante si chiamava Büttner ed era solito darci riciclatissimi esercizi che dovevamo risolvere nel silenzio più assoluto. Un giorno ci disse di scrivere la somma dei numeri interi da 1 a 100. Tutti i miei compagni si sono messi immediatamente al lavoro mentre l'insegnante si godeva il meritato riposo convinto di dover aspettare parecchio tempo prima di ottenere la soluzione del problema, ma io...

In pochi minuti avevo scritto la soluzione, quindi ho chiesto di potermi avvicinare. Büttner sicuramente pensò che volevo rinunciare ma grande fu la sua sorpresa quando scoprì che avevo scritto il risultato corretto. L'insegnante fu talmente meravigliato del mio genio che diventò più umano nei miei confronti. Sapendo che i miei genitori erano molto poveri mi comprò, con i suoi soldi, il migliore manuale di matematica che trovò in commercio e lo lo studiò in un attimo. A quel punto fu costretto ad ammettere che l'allievo aveva superato il maestro e che lui non aveva più nulla da insegnarmi. E pensavo che, per assegnare quell'esercizio, non era necessario fare tutti i calcoli, infatti io avevo solo scritto:

1	2	3	4	98	99	100
100	99	98	97	3	2	1
101				101			

Matteo Basso - La Vita Scolastica

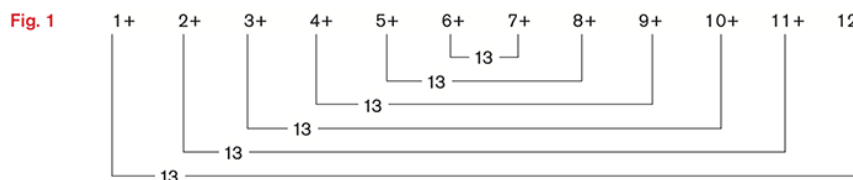
Gauss in questo modo aveva calcolato la somma di una progressione aritmetica, ma in quale modo era giunto al risultato senza dover fare tutti i calcoli? Provate con i numeri da 1 a 12.

Gauss e la somma dei primi 100...

SCHEDA

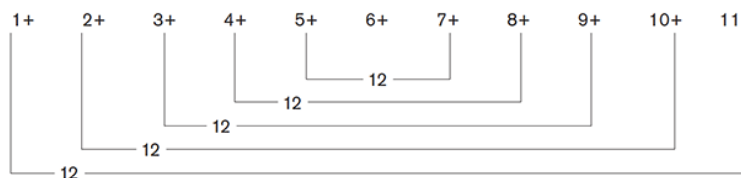
DIDATTICA

Chiediamo chi di loro pensa di sapere come fare a risolvere il problema in un tempo accettabile, diciamo 2 minuti. Difficilmente ci verrà data la risposta. Proviamo con una sequenza più semplice: la somma dei numeri naturali consecutivi da 1 a 12 e scriviamola alla lavagna (**Fig. 1**).



Osserviamo gli addendi e visualizziamo i risultati con uno schema. Al termine moltiplichiamo $13 \times 6 = 78$. Facciamo fare diversi esercizi del genere, poi procediamo anche con la somma di numeri naturali con coppie di addendi dispari (**Fig. 2**): in questo caso otteniamo $(12 \times 5) + 6 = 66$ usando un'espressione.

Fig. 2



Sommare i primi 100 numeri naturali è comunque lunghissimo.

Riflettiamo sul percorso fatto fin qui e costruiamo uno schema come quello in **Fig. 3**, che vale

sempre. Generalizziamo inserendo al posto dell'ultimo numero il simbolo n e otteniamo $\frac{(n+1) \times n}{2}$

Fig. 3

$$\begin{array}{r}
 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 + \\
 12 - 11 - 10 - 9 - 8 - 7 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1 \\
 \hline
 13 - 13 - 13 - 13 - 13 - 13 - 13 - 13 - 13 - 13 - 13 - 13
 \end{array}$$

$$\frac{(12 + 1) \times 12}{2} = 78$$

$$\frac{(n + 1) \times n}{2}$$

✏ ATTIVITÀ 2

Piramidi di numeri

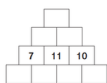
Per concludere questo percorso fatto di sfide matematiche proponiamo la **SCHEMA Piramidi di numeri**, che i bambini dovranno completare seguendo le regole, quindi nel **LABORATORIO** presentiamo due rompicapo da risolvere in gruppo.

PIRAMIDI DI NUMERI

• Questa è una piramide formata da mattoncini. Come puoi vedere nella seconda riga partendo dal basso sono già stati inseriti dei numeri.

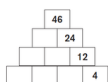
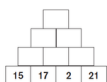
Metti i numeri in tutti gli altri mattoncini seguendo le regole.

- I numeri sui mattoni alla base devono essere diversi.
- Ogni mattone che non forma la base deve contenere la somma dei due mattoni sottostanti.
- Non deve esserci il numero zero.



Completa la piramide, poi confrontala con quella dei tuoi compagni. Discuti con loro in quanti modi diversi al massimo è possibile completare la piramide rispettando le regole, poi scriville.

• Completa anche queste seguendo le regole precedenti.



Piramidi di numeri



**SCHEDA
DIDATTICA**

LABORATORIO

Il cappello delle sfide matematiche

Che cosa serve

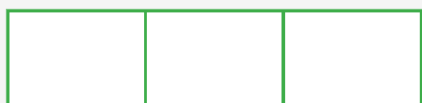
Per il secondo rompicapo: tre bottiglie, rispettivamente da 0,5 l, 1 l, 1,5 l.

Come si fa

1. Due uomini e due ragazzi devono attraversare un fiume. Hanno a disposizione una barca a remi che può trasportare solo o un uomo o due ragazzi e tutti sanno remare. Come possono fare?
2. Tre bottiglie di acqua da 0,5 l, 1 l, 1,5 l sono disposte in una scatola rossa divisa in tre scomparti dalla più capiente (a sinistra) alla meno capiente (a destra). Lo scopo è quello di scoprire il numero minimo di movimenti per spostare tutte e tre le bottiglie in una delle altre due scatole rispettando queste regole:

- si può spostare una bottiglia alla volta e deve essere sempre la più piccola che è nella scatola;
- la bottiglia deve sempre occupare la scatola partendo da sinistra;
- una bottiglia più capiente non può mai stare alla destra di quella meno capiente.

In questo caso conviene provare con gli oggetti e scrivere tutti i passaggi come si vede nella **SCHEDA Spostiamo le bottiglie**, tenendo presente che le mosse minime necessarie sono 7 come nella “Torre di Hanoi”.



MATEMATICA | Scheda docente
Classe quinta

SPOSTIAMO LE BOTTIGLIE

Situazione di partenza

Prima mossa

Seconda mossa

Terza mossa

Quarta mossa

Quinta mossa

Sesta mossa

Settima mossa

Spostiamo le bottiglie

Per approfondire

Leggi l'[APPROFONDIMENTO La torre di Hanoi](#) per saperne di più sul procedimento matematico alla base di questo gioco.

👁 valutiamo

L'alunna/o:

- utilizza le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni;
- sceglie una strategia risolutiva e la confronta con altre.

In modo completo, sicuro e autonomo, con tempi rapidi e spunti personali (*Avanzato*); con qualche incertezza soprattutto in situazioni non note (*Intermedio*); in modo incerto e non del tutto autonomo (*Base*); in modo incompleto e solo se guidato (*In via di prima acquisizione*).

Per il quaderno della documentazione: le soluzioni del laboratorio.