

Questo mese parliamo di...

[SISTEMI DI NOTAZIONE]

[DIVISIONE CON RESTO]

[PROBABILITÀ]

[EVENTI CASUALI ED ENUNCIATI]

[SPAZIO DEGLI EVENTI]

[TABELLE]

[GRAFICI]

All'inizio di questa puntata ci occupiamo delle differenze tra un sistema numerico addizionale e uno posizionale; successivamente studiamo il legame tra il resto della divisione in N e il periodo di un numero decimale. La parte dedicata alla probabilità aiuta i bambini nella costruzione cognitiva dell'importante concetto probabilistico di "spazio degli eventi" e li porta a riflettere sulla differenza tra eventi impossibili e possibili e, tra questi ultimi, sull'evento certo. Infine ci occupiamo delle diverse rappresentazioni dei dati di un problema.

PER SAPERNE DI PIÙ

• Arrigo G., Maurizi L., Minazzi T., Ramone V. (2011). *Combinatoria, statistica, probabilità*. Bologna: Pitagora editrice.

VERSO I TRAGUARDI DI COMPETENZA

L'alunno:

- sviluppa un atteggiamento positivo verso la matematica, attraverso esperienze significative che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato a utilizzare siano utili per operare nella realtà;
- esegue calcoli con i numeri naturali e numeri con la virgola;
- riconosce e quantifica in casi idonei situazioni di incertezza.

RACCORDI

• STORIA



NUMERI

Obiettivo

- Conoscere il sistema numerico romano.

COME CALCOLAVANO I ROMANI?

I bambini si trovano spesso a dover leggere e comprendere i numeri romani e quindi il sistema numerico addizionale che conoscono più da vicino è quello dei numeri romani. Introdurre sistemi di numerazione diversi da quello posizionale decimale è utile per mostrare l'evoluzione della matematica nel tempo, ma questi esempi hanno valore formativo particolare quando servono per cogliere i vantaggi del sistema posizionale attraverso il confronto con un sistema addizionale.

Facciamo scrivere ai bambini i numeri romani che conoscono già e completiamo l'elenco arrivando da 1 a 30 e poi pro-

seguendo con salti di dieci fino a 100. Spieghiamo brevemente le regole più importanti che si usano per scrivere i numeri romani e facciamo capire ai bambini che si usa sia una regola additiva (per esempio, per scrivere il numero 3: $III = I + I + I$), sia una regola sottrattiva (per esempio, per scrivere il numero 9: $IX = X - I$) e che, quando si vuole usare la regola sottrattiva, una cifra minore si scrive a sinistra di una maggiore. Facciamo ora lavorare i bambini sulla **scheda 1**.

Chiediamo poi loro come hanno fatto a svolgere i calcoli del secondo esercizio. Alcuni avranno fatto i calcoli passando attraverso i numeri arabi. Altri avranno pensato di scrivere i singoli simboli uno di seguito all'altro nel caso delle addizioni e di cancellare dei simboli nel caso delle sottrazioni, ma gli esercizi proposti mostrano che queste strategie funzionano solo in alcuni casi. Possiamo chiedere ora ai bambini di fare gli stessi calcoli con

i numeri arabi e far notare la facilità dei calcoli quando in base alla posizione della cifra sappiamo se stiamo lavorando con le unità o con le decine.

Possiamo anche accennare al fatto che se le addizioni e le sottrazioni erano molto difficili con questi numeri, le moltiplicazioni e le divisioni diventavano quasi impossibili e che i Romani per questo motivo non facevano i calcoli per iscritto, con i numeri romani, ma li facevano con l'abaco.

Obiettivo

- Conoscere il ruolo del resto nella divisione.

IL RESTO NELLA DIVISIONE

Come ben sappiamo, la divisione non è un'operazione interna all'insieme dei numeri naturali poiché il risultato del-

la divisione tra due numeri naturali non sempre è un numero naturale. Tuttavia, anche in \mathbb{N} possiamo definire una divisione che è un'operazione interna a questo insieme: la divisione con resto (o divisione euclidea). Infatti, esiste un teorema che afferma che dati due numeri naturali di cui il secondo diverso da zero, esistono sempre due numeri naturali tali che uno sia il quoziente e l'altro il resto della divisione dei numeri in questione. Inoltre il quoziente e il resto sono unici e il resto è minore del quoziente.

Ora, di solito i bambini sanno quando una frazione ridotta ai minimi termini dà origine a un numero decimale finito o periodico: è sufficiente scomporre il denominatore in fattori primi e vedere se ci sono solo potenze del 2 e del 5 oppure anche altri fattori primi. Lo stesso ragionamento si può fare anche quando si esegue la divisione in colonna, prendendo in considerazione la scomposizione in fattori primi del divisore.

■ Cerchiamo di capire qual è il legame tra il resto della divisione euclidea e la rappresentazione decimale del quoziente di due numeri naturali. Prendiamo le coppie di numeri 25; 4 e 22; 7. Nella divisione della prima coppia otteniamo $25 = 4 \times 6 + 1$ (il quoziente è 6 e il resto è 1); nella divisione della seconda coppia otteniamo $22 = 3 \times 7 + 1$ (il quoziente è 3 e il resto è 1). Quindi in entrambi i casi il resto è 1, ma nel primo caso la divisione in colonna fornisce un numero decimale finito (6,25), mentre nel secondo si ottiene un numero decimale periodico ($3,142857$). Potremmo quindi essere indotti a pensare che il resto della divisione euclidea tra due numeri non influenzi la natura del numero decimale corrispondente; tuttavia sussiste il seguente legame: se tale resto si presenta due volte nella divisione in colonna, allora abbiamo un numero decimale periodico, se esso invece si presenta una sola volta nella divisione, allora il numero decimale è finito. Quindi è la ricomparsa del resto della divisione euclidea nella divisione in colonna che determina la fine del periodo.

Ora vogliamo che siano i bambini stessi a scoprire questo fatto. Facciamoli lavorare in coppie, chiedendo loro di fare

le seguenti divisioni sia come divisione euclidea sia in colonna: $2 : 6$ e $17 : 19$. Chiediamo loro di spiegarci come il resto della divisione euclidea interviene nella divisione in colonna e qual è il suo legame con il periodo.

■ Facciamo infine lavorare i bambini sulla **scheda 2**.

RELAZIONI, DATI E PREVISIONI

Obiettivo

- Conoscere il concetto di spazio degli eventi.

DADI, MONETE E CARTE DA GIOCO

■ Come dimostrano le ricerche in Didattica della matematica, il primo e basilare problema che gli alunni incontrano quando vengono confrontati con la valutazione quantitativa dell'incertezza è quello legato alla difficoltà di determinare lo spazio degli eventi. Infatti, la mancata comprensione di questo concetto base della probabilità diventa poi un ostacolo all'apprendimento di concetti probabilistici più evoluti. Proponiamo dunque i seguenti quesiti a tutta la classe:

- Quali sono i casi che si possono verificare se si lancia una moneta?
- E se si lancia un dado?
- E se si lanciano due monete contemporaneamente?

Facciamo lavorare i bambini in coppie e

diciamo loro che devono scoprire che cosa cambia nello spazio degli eventi (l'insieme di tutti i casi possibili) nel caso in cui si lancia una moneta rispetto a quello in cui si lanciano due monete contemporaneamente. Diamo a tale scopo a ciascuna coppia due monete numerate (possiamo per esempio incollare due pezzetti di nastro di carta su uno dei due lati di ciascuna moneta e scrivere il numero 1 sull'una e il numero 2 sull'altra). Discutiamo infine i risultati delle loro riflessioni evidenziando bene il fatto che, quando le monete sono due, dobbiamo tenere conto anche dell'ordine con cui compare testa o croce sulle due monete, mentre quando i due valori usciti sono uguali (2 teste o 2 croci), l'ordine con cui questi si ottengono è ininfluente. Facciamo ora lavorare i bambini, sempre a coppie, sulla **scheda 3**.

Obiettivo

- Classificare gli eventi in possibili e impossibili; conoscere il significato di evento certo.

POSSIBILE E IMPOSSIBILE

■ Calcoliamo la probabilità di alcuni eventi elementari di cui abbiamo determinato lo spazio degli eventi. Calcoliamo per esempio la probabilità di ottenere testa o croce lanciando una moneta o di ottenere due nel lancio di un dado. Aiutiamo i bambini a capire il significato del concetto

COME & PERCHÉ

Le previsioni del tempo e il calcolo delle probabilità

A tutti noi è capitato almeno una volta nella vita di prendersela con le previsioni meteo poco affidabili. Possiamo chiedere ai bambini come si immaginano che si facciano queste previsioni. Il meteorologo non può vedere nel futuro; e allora come fa a dire che domani mattina piovgerà, ma che verso sera il cielo tornerà di nuovo sereno? Certamente non potremo spiegare i complessi modelli matematici che si nascondono dietro alle elaborazioni effettuate dai computer, ma possiamo far capire agli alunni che le previsioni non sono delle "magie" e che si basano sul calcolo delle probabilità. In questo modo, la prossima volta che sentiranno dire che "domani piovgerà" sapranno che si tratta di un evento casuale che ha un'elevata probabilità di verificarsi, ma che non per questo si verificherà certamente.

di "evento certo". Ottenere testa o croce nel lancio di una moneta oppure ottenere un numero da 1 a 6 nel lancio di un dado sono eventi composti che comprendono tutti i casi possibili dello spazio degli eventi. Per tali eventi il numero dei casi favorevoli è uguale al numero dei casi possibili e quindi la loro probabilità corrisponde a 1. Facciamo poi l'esempio di un evento impossibile: ottenere 7 nel lancio di un dado a sei facce è un evento impossibile. Diciamo ai bambini che gli eventi possono essere classificati in possibili e impossibili e chiediamo loro di dirci in quale di queste due categorie rientra l'evento certo. Discutiamo le risposte con tutta la classe, riflettendo sulle spiegazioni fornite. Teniamo presente che i bambini possono incontrare difficoltà nel comprendere il significato di evento composto come, per esempio, quello di ottenere un numero pari nel lancio di un dado (esso è composto da tre eventi elementari: ottenere 2, ottenere 4 e ottenere 6). Un evento composto comprende dunque in sé più eventi elementari e non è direttamente esperibile in un esperimento casuale. Facciamo ora lavorare i bambini sulla **scheda 4**.

Obiettivo

- Comprendere la differenza tra enunciato e descrizione di evento casuale.

ENUNCIATI ED EVENTI CASUALI

Un altro aspetto importante che sta a monte di molti problemi riferibili all'apprendimento della probabilità riguarda la difficoltà che gli alunni incontrano nel comprendere che alcune situazioni che noi descriviamo nel linguaggio quotidiano usando il termine "probabile", non sono eventi casuali e non possono dunque essere valutati tramite il calcolo delle probabilità. Questo significa che vi è una differenza profonda tra il concetto di probabilità in senso matematico e il concetto di probabilità che i bambini hanno acquisito mediante l'uso del linguaggio quotidiano. Facciamo a tale scopo i seguenti esempi e discutiamoli con tutta la classe.

Quando esco di casa, è probabile che porti con me l'ombrello.

Prendo una caramella a caso da un sacchetto che contiene caramelle di tre gusti diversi (limone, fragola e arancia) e mi chiedo quale sia la probabilità che la caramella estratta sia al limone.

Proponiamo infine l'esercizio de **L'Angolo dei problemi**.

Obiettivo

- Confrontare rappresentazioni diverse dei dati di un problema.

QUANTI SIAMO OGGI A SCUOLA?

Spesse volte un problema può essere esposto in maniera più chiara se i suoi dati sono rappresentati in maniera opportuna, come per esempio in una tabella o in un grafico. L'attività seguente ha lo scopo di far riflettere i bambini su quale rappre-

sentazione sia più utile nell'esposizione dei dati di un problema, tenendo presente che questa non dipende solo dalla situazione problematica, ma anche, e in grande misura, da ciò che viene chiesto nel problema.

Dividiamo i bambini in gruppi di 4. Facciamo lavorare alcuni gruppi sulla **scheda 5** e altri sulla **scheda 6**. Possiamo consegnare la scheda a ciascun bambino, ma dobbiamo spiegare che devono lavorare in gruppo. Una volta terminato il lavoro, chiediamo ai singoli gruppi quale rappresentazione sia più utile a loro avviso per rispondere alla domanda e perché.

LA DIDATTICA CONTINUA SUL WEB

www.lavitascolastica.it > Didattica

Cerca risorse

→ Schede > Operazioni, solidi platonici, probabilità



L'ANGOLO DEI PROBLEMI

Quando si dice "probabile" in matematica?

Il termine "probabile" ha un significato preciso e non può essere scambiato con altri, come invece accade nel linguaggio della vita quotidiana; inoltre è importante sapere se una frase è un enunciato oppure no. Vediamo se i bambini sanno distinguere tra questi casi. Diamo loro la seguente consegna.

Utilizza le parole del box per formulare:

- due enunciati (di cui puoi dunque decidere in maniera oggettiva se sono veri o falsi);
- due frasi che descrivano eventi casuali (che possono dunque essere valutati tramite la probabilità in senso matematico);
- due frasi che abbiano il termine "probabile" non con il significato con cui lo si usa in matematica.

dado	lanciare
scuola	estrarre
mazzo di carte	piovare
scommettere	probabile
oggi	andare



Scheda 1

I NUMERI ROMANI

- Ordina i numeri romani dal più piccolo al più grande.

V XII XXII IX IIII VII XIX

- Usa i numeri romani per scrivere il risultato delle operazioni al posto dei puntini.

X + VI = X + I + V =
XXIV + I = IX + XII =
VII - II = XXIV - XV =

- I Romani usavano la lettera M per indicare il numero 1000, la lettera D per indicare 500 e la lettera C per indicare 100. A quali numeri arabi corrispondono i seguenti numeri romani?

MD CM DCC

- Spiega perché secondo te il sistema dei numeri romani si chiama "sistema addizionale".

- I numeri romani si usano di solito per scrivere i numeri ordinali: completa come nell'esempio.

Esempio. Primo anno: I anno.

Quinto secolo:

Decimo volume:

Prima Guerra Punica:

Seconda Guerra Mondiale:

CONOSCERE IL SISTEMA DI NUMERAZIONE ROMANO E COGLIERE LE DIFFERENZE RISPETTO AL SISTEMA POSIZIONALE IN BASE DIECI.

Scheda 2

IL RESTO NELLA DIVISIONE

- Trova il quoziente e il resto della divisione di ogni coppia di numeri, come mostrato nell'esempio.

Esempio: $56 : 6 = 9$ con resto 2 perché $56 = 9 \times 6 + 2$.

$45 : 6 =$ con resto perché
 $90 : 7 =$ con resto perché
 $78 : 12 =$ con resto perché
 $6 : 10 =$ con resto perché

- Decidi, senza eseguire i calcoli, se le divisioni forniscono un numero decimale periodico o non periodico.

$1769 : 25$ $115 : 3$
 $191 : 2$ $1068 : 20$

- Esegui le seguenti divisioni con la calcolatrice scrivendo 10 cifre decimali per ciascun numero; evidenzia con il colore rosso le cifre del periodo.

$24 : 13 =$
 $167 : 14 =$

- Osserva le divisioni in colonna e cerchia in ciascuna di esse il resto della divisione euclidea dei due numeri.

50	33	100	3
33	1,51	9	33,3
170		10	
165		9	
50		10	
33		9	
170		1	
165			
50			

COMPRENDERE IL LEGAME TRA IL RESTO DELLA DIVISIONE EUCLIDEA E LA DIVISIONE IN COLONNA.

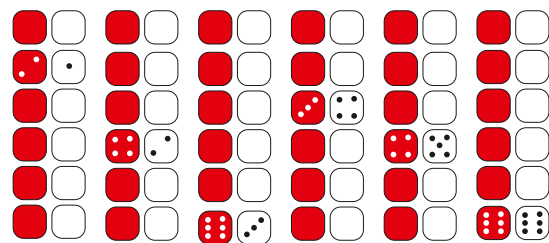
Scheda 3

LO SPAZIO DEGLI EVENTI

- Completa la tabella con tutti i possibili casi dello spazio degli eventi del lancio di due monete.

	Moneta 2	
	T (Testa)	C (Croce)
Moneta 1	T (Testa)	T; T
	C (Croce)	

- Completa segnando tutti i casi possibili che si possono verificare quando si lanciano due dadi a sei facce.



- Rispondi.

Quali sono i punteggi che hanno minore probabilità di uscire quando si lanciano due dadi?

Qual è invece il punteggio che ha maggiore probabilità di uscire?

DETERMINARE LO SPAZIO DEGLI EVENTI DI EVENTI CASUALI, STIMARE LA PROBABILITÀ DI EVENTI ALEATORI.

Scheda 4

EVENTI POSSIBILI E IMPOSSIBILI

- Decidi quali tra i seguenti eventi casuali sono possibili e quali sono impossibili. Metti una X nella casella giusta.

	Possibile	Impossibile
Essere interrogato se l'insegnante estrae un nome a caso.		
Ottenere 14 come punteggio nel lancio di due dadi a sei facce.		
Estrarre il numero 99 nel gioco della tombola.		
Estrarre un asso di fiori da un mazzo di carte da gioco.		
Ottenere come punteggio un numero maggiore di 4 nel lancio di due dadi a sei facce.		

- Rispondi.

Nel pescare una pallina da un'urna contenente palline bianche e rosse l'evento certo è:

- ☐ pescare una pallina bianca.
☐ pescare una pallina rossa.
☐ pescare una pallina bianca o una pallina rossa.

- Completa la frase.

Nel lancio di due dadi l'evento certo è ottenere un punteggio maggiore di e minore di

CLASSIFICARE GLI EVENTI CASUALI IN POSSIBILI E IMPOSSIBILI E CONOSCERE IL SIGNIFICATO DI EVENTO CERTO.



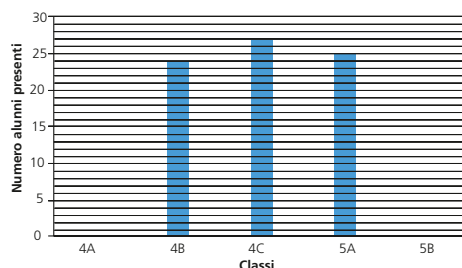
Scheda 5

TABELLE E ISTOGRAMMI/1

- Leggi il testo e completa l'istogramma e la tabella.

In una scuola primaria ci sono 2 classi quinte e 3 classi quarte. Una delle classi quinte ha 25 alunni, mentre l'altra ne ha 23. Due classi quarte hanno 24 alunni ciascuna, mentre la terza ne ha 27. Oggi mancano 3 alunni di una classe quarta, due alunni di un'altra classe quarta e 3 alunni di una delle classi quinte.

Classi	Numero alunni	Numero alunni presenti	Numero alunni assenti
4 A	24		3
4 B			2
4 C			
5 A	25		
5 B			



Quanti alunni ci sono oggi in tutte le classi quarte e quinte della scuola?

COMPLETARE TABELLE E GRAFICI; CONFRONTARE RAPPRESENTAZIONI DIVERSE DEI DATI DELLO STESSO PROBLEMA.

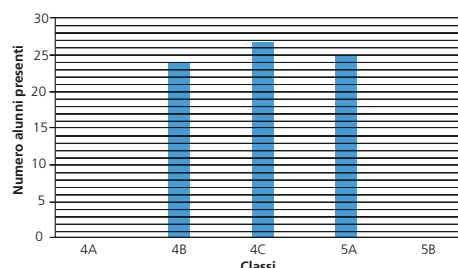
Scheda 6

TABELLE E ISTOGRAMMI/2

- Leggi il testo e completa poi la tabella e l'istogramma.

In una scuola primaria ci sono 2 classi quinte e 3 classi quarte. Una delle classi quinte ha 25 alunni, mentre l'altra ne ha 23. Due classi quarte hanno 24 alunni ciascuna, mentre la terza ne ha 27. Oggi mancano 3 alunni di una classe quarta, due alunni di un'altra classe quarta e 3 alunni di una delle classi quinte.

Classi	Numero alunni	Numero alunni presenti	Numero alunni assenti
4 A			3
4 B	24		2
4 C			
5 A			3
5 B			



Quante sono le classi in cui oggi ci sono meno di 25 alunni?

COMPLETARE TABELLE E GRAFICI; CONFRONTARE RAPPRESENTAZIONI DIVERSE DEI DATI DELLO STESSO PROBLEMA.

per la DIDATTICA inclusiva

Le schede continuano sul web www.lavitascolastica.it > Didattica

Difficoltà di apprendimento

di Chiara Barausse e Marta Todeschini

Classificazione di problemi in base alla struttura risolutiva

➤ Diverse ricerche hanno dimostrato che, nell'ambito dei problemi matematici, i solutori più abili non si lasciano trarre in inganno da etichette verbali simili, ma riconoscono lo schema di soluzione e lo applicano a tutti i problemi che condividono la stessa struttura matematica. Al contrario, invece, i cattivi solutori si fermano alla struttura superficiale o verbale ponendo l'attenzione a quello di cui parla il problema non alla sua soluzione.

➤ **Come intervenire.** Si può copiare la pagina di un testo con diversi problemi e chiedere ai bambini di colorare dello stesso colore i problemi che si risolvono nello stesso modo.

Nelle **schede D1, D2 e D3**, graduate in base alla difficoltà, i problemi da classificare comprendono le frazioni e il calcolo delle percentuali.

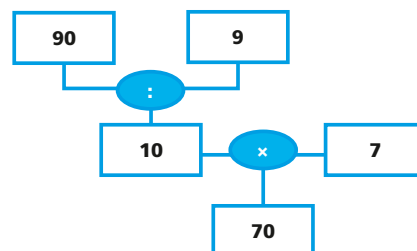
➤ **Per saperne di più.** De Candia C., Cibinel N., Lucangeli D. (2009). *Risolvere problemi in 6 mosse*. Trento: Erickson.

Scheda D1

SCELGO IL PROBLEMA/1

- Leggi bene questo problema e controlla il diagramma delle operazioni che lo risolvono.

Luca ha sistemato la sua libreria e ha contato 90 libri. $\frac{2}{9}$ sono di avventura e i rimanenti sono fumetti. Quanti sono i libri di avventura?



- Quale tra i seguenti problemi risolveresti come il precedente? Segnalo con una **x**.

- ☐ Lorenzo mi deve dare 180 euro. Finora mi ha dato $\frac{2}{3}$. Quanti euro mi ha già dato Lorenzo?
- ☐ Alla festa di Pino c'erano 20 ragazze e 50 ragazzi. Quanti invitati c'erano?
- ☐ Un'agenzia di viaggi aveva 30 biglietti per l'Expo e ne ha venduti $\frac{2}{3}$. Quanti biglietti non sono stati venduti?