

Multipli, divisori; frazioni e misure

5

classe

Questo mese parliamo di...

[MULTIPLI E DIVISORI]

[FRAZIONI EQUIVALENTI]

[SOLIDI DI ROTAZIONE]

[POLIEDRI]

[UNITÀ DI MISURA]

Nella prima parte della puntata affrontiamo i concetti di multiplo e divisore e studiamo alcune particolari famiglie di numeri primi. In seguito ci esercitiamo nell'operare con le frazioni e riflettiamo sul concetto di frazioni equivalenti. Individuiamo tra gli oggetti che ci circondano quelli che hanno una forma assimilabile a un dato solido e studiamo le loro caratteristiche comuni. Infine risolviamo un problema che richiede l'elaborazione di una strategia per la stima di una misura di lunghezza.

VERSO I TRAGUARDI DI COMPETENZA

L'alunno:

- esegue calcoli con i numeri naturali, interi, numeri con la virgola e le frazioni;
- riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, individua relazioni tra gli elementi che le costituiscono;
- descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche;
- ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici);
- risolve problemi mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.

PER SAPERNE DI PIÙ

- Cottino, L., Gualandi, C., Nobis, C., Ponti, A., Ricci, M., Sbaragli, S. & Zola, L. (2011). *Geometria. Progetto: Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere* (a cura di D'Amore, B., I. Fandiño Pinilla, M., Sbaragli, S.). Vol. 9. Bologna: Pitagora.

matematica

NUMERI

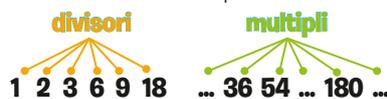
Obiettivo

- Individuare multipli e divisori di un numero per studiare famiglie di numeri, per scoprire i numeri primi, per sviluppare ulteriormente la capacità di calcolo.

MULTIPLI, DIVISORI E LA FAMIGLIA DEI NUMERI PRIMI

- I concetti di multiplo e divisore accompagneranno i nostri alunni durante tutto il loro percorso scolastico (si pensi al concetto di divisibilità tra polinomi, che viene affrontato alla scuola superiore di secondo grado), raggiungendo livelli sempre più generali. Trattandosi di concetti così fondamentali, è importante che i bambini li padroneggino molto bene già a partire dalla scuola primaria.
- Introduciamo prima di tutto i concetti di numero primo e di numero composto.

Per verificare le conoscenze pregresse degli alunni, chiediamo loro di individuare tutti i divisori e tre multipli del numero 18.



- Assegniamo poi a ciascun bambino un numero naturale e chiediamo che ne determinino i divisori e alcuni multipli. Per rendere più semplici i calcoli e consentire ai bambini di concentrarsi solo sugli aspetti concettuali, possiamo prendere numeri non molto grandi, minori di 100.
- Scriviamo in colonna alla lavagna i numeri assegnati e accanto a ciascuno riportiamo con un colore i divisori e con un altro i multipli che il bambino ha trovato. L'esercizio servirà agli alunni per rendersi conto che mentre i divisori di un numero costituiscono un insieme finito, i multipli sono infiniti (a parte lo zero, che ha un solo multiplo) e quindi non potremo mai determinarli tutti.

- Chiediamo ai bambini di dire con parole loro che cosa si intende per multiplo di un numero e discutiamo tutte le "definizioni", evidenziando gli aspetti corretti e quelli errati. Concludiamo con una definizione condivisa del concetto di multiplo come ogni numero che si ottiene moltiplicando il numero stesso per un numero naturale; evidenziamo il fatto che secondo questa definizione zero è multiplo di ogni numero.
 - Discutiamo con le stesse modalità anche il concetto di divisore, evidenziando il fatto che un numero naturale è un divisore di un altro numero naturale se la divisione del secondo per il primo dà resto zero.
 - Proponiamo ai bambini divisi a coppie alcuni problemi per la cui soluzione è necessario determinare il minimo comune multiplo o il massimo comune divisore.
1. Marco e Luisa acquistano ciascuno un abbonamento per la palestra valido per il mese di novembre. Se i due amici iniziano

ad andare in palestra il 1° novembre e ci vanno una volta ogni sei giorni, in quali date saranno in palestra? Mauro, un amico comune di Marco e Luisa, ha un abbonamento annuale e va in palestra ogni tre giorni. Se i tre amici si incontrano il 1° novembre, in quale data si incontreranno la prossima volta? (Marco e Luisa saranno in palestra il 1° novembre, il 7, il 13 e il 19 e incontreranno di nuovo Mauro il 7).

2. Daniele dice che 24 ha più divisori di 49, mentre Luca dice che non è vero perché 49 è più grande di 24. Chi dei due ha ragione e perché? (È sufficiente determinare il numero di divisori e vedere che 24 ha otto divisori, mentre 49 ne ha solo tre).

■ Facciamo esporre a due coppie la risoluzione del primo problema e ad altre due coppie quella del secondo (in questo caso, possiamo chiedere di esporre la soluzione recitando, assumendo cioè uno il ruolo di Daniele e l'altro il ruolo di Luca). Consegniamo la **scheda 1** per il lavoro individuale.

NUMERI PRIMI

■ Tra i numeri di cui abbiamo determinato i divisori all'inizio dell'attività, ve n'erano alcuni che avevano una proprietà particolare, quella di avere solo due divisori: uno e se stessi. Questi numeri si chiamano "numeri primi". I numeri naturali diversi da 0 e 1 che non sono primi, sono detti "numeri composti" e possono essere scritti come prodotto di fattori primi. Per esempio: $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ oppure $70 = 2 \times 5 \times 7$. I numeri primi, non essendo ulteriormente scomponibili, sono considerati i mattoni della matematica; essi hanno molte proprietà curiose e sorprendenti e sono stati e sono tuttora oggetto di ricerca da parte di molti matematici.

■ Per fissare le idee riguardo i numeri primi, facciamo stilare ai bambini l'elenco dei primi 15 numeri primi (**Box 1**), chiedendo ogni volta che si deve saltare un numero della successione dei numeri naturali di spiegare perché esso non è un numero primo.

■ Una particolare famiglia di numeri primi sono i cosiddetti "numeri gemelli"; due numeri primi sono gemelli se differiscono tra loro di due unità; per esempio sono gemelli 5 e 7 oppure 11 e 13. Dividiamo i bambini in piccoli gruppi e, dopo

aver spiegato quando due numeri primi sono gemelli, chiediamo loro di cercare il maggior numero possibile di tali coppie in un tempo assegnato (per esempio 15 minuti). Vince il gruppo che ne trova di più.

■ Oltre ai numeri gemelli, esistono anche altre famiglie curiose di numeri primi, come la famiglia dei "numeri cugini", che differiscono di quattro unità (3 e 7 o 7 e 11).

■ Consegniamo la **scheda 2**.

Obiettivo

- Operare con le frazioni e riconoscere frazioni tra loro equivalenti.

FRAZIONI E FRAZIONI EQUIVALENTI

■ Facciamo eseguire ai nostri alunni le seguenti addizioni e sottrazioni:

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} - \frac{2}{10} =$$

$$\frac{4}{5} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} + \frac{4}{10} =$$

Mentre nei primi due esercizi è sufficiente aggiungere o sottrarre i numeratori, negli ultimi due è necessario ridurre prima le frazioni a un denominatore comune. Questo ci fornirà l'occasione per richiamare il concetto di multiplo di due o più numeri naturali. Se i numeri di cui si deve determinare il minimo comune multiplo sono piccoli come quelli dell'esempio, può essere opportuno cercare tale multiplo calcolando i multipli di ciascuno e individuando il più piccolo tra quelli comuni. Rispetto alla scomposizione in fattori primi, questo metodo ha il vantaggio di aiutare i bambini

a mantenere il controllo sul significato del procedimento che stanno eseguendo.

■ Discutiamo ora il concetto di frazioni equivalenti. Proponiamo questo esercizio, che richiede che i bambini inseriscano due numeri naturali nelle due espressioni in modo che diventino due uguaglianze:

$$\frac{2}{10} = \frac{\dots}{5} \quad \frac{\dots}{7} = \frac{15}{21}$$

Sarà facile notare che, per via della proprietà invariante della divisione, per ottenere una frazione equivalente a una frazione data è sufficiente moltiplicare o dividere il suo numeratore e il suo denominatore per lo stesso numero. Tuttavia, dobbiamo tenere presente che quanto appena affermato potrebbe non essere sempre evidente per i bambini: per esempio, le frazioni $\frac{5}{10}$ e $\frac{4}{8}$ sono equivalenti, ma non è immediato individuare il fattore comune per il quale si devono moltiplicare il numeratore e il denominatore della seconda frazione per ottenere la prima; infatti si tratta di un numero razionale: $\frac{5}{4}$. Proponiamo infine il quesito de **L'Angolo dei problemi** (a p. 116), che i bambini dovranno risolvere lavorando in coppie.

SPAZIO E FIGURE

Obiettivo

- Descrivere, denominare e classificare figure geometriche bi e tridimensionali.

POLIEDRI E SOLIDI DI ROTAZIONE

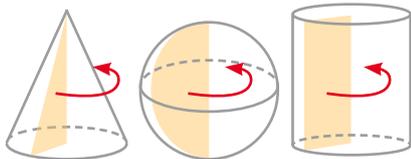
■ I bambini usano e vedono quotidianamente oggetti che sono assimilabili a for-

BOX 1

Tabella dei numeri primi minori di 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

me geometriche astratte: per esempio un diario oppure un cellulare possono essere assimilati a un parallelepipedo rettangolo, un pallone a una sfera, un cono di gelato a un cono ecc. Come attività introduttiva possiamo proporre un gioco in cui prima mostriamo un oggetto avente la forma di un parallelepipedo rettangolo e poi chiediamo ai bambini di individuarne altri nell'aula aventi le stesse caratteristiche. Successivamente facciamoli riflettere su che cosa hanno in comune questi oggetti. In questo modo possiamo giungere a una caratterizzazione condivisa delle proprietà coinvolte: per esempio possiamo concludere che un parallelepipedo rettangolo è un solido delimitato da sei facce a due a due congruenti. Proponiamo lo stesso gioco con un oggetto avente forma cubica o forma cilindrica, oppure con uno a forma di piramide. Naturalmente non è detto che nella nostra aula ci siano effettivamente degli oggetti della forma richiesta; a tale scopo possiamo collocare in precedenza degli oggetti appositamente raccolti da noi, senza richiamare l'attenzione dei bambini su di essi. In conclusione introduciamo la distinzione tra poliedri (solidi le cui facce sono dei poligoni) e solidi di rotazione (solidi che si ottengono facendo ruotare una figura bidimensionale intorno a un asse).



Tra i poliedri possiamo poi distinguere i prismi e le piramidi.

■ Infine facciamo lavorare i bambini a coppie sulla **scheda 3**.

RELAZIONI, DATI E PREVISIONI

Obiettivo

- Utilizzare le principali unità di misura per la lunghezza, per il tempo e per la massa per effettuare misure e stime.

IL DIAMETRO DELLA SFERA

■ Vogliamo fornire ai bambini un'occasione per usare le loro conoscenze relative



L'ANGOLO DEI PROBLEMI

Un'indagine statistica

Proponiamo il seguente problema:

In una scuola è stata condotta un'indagine statistica sul modo in cui gli alunni trascorrono le vacanze estive. Un quinto di loro ha trascorso le vacanze in montagna e due bambini ogni dieci hanno letto almeno un libro durante le ultime vacanze. Mario dice che chi ha trascorso le vacanze in montagna ha anche letto almeno un libro perché un quinto è uguale a due decimi, mentre Laura non è d'accordo e dice che Mario ha tratto una conclusione sbagliata dall'indagine. Chi dei due ha ragione e perché?

In effetti, le due frazioni che rappresentano le due caratteristiche sono equivalenti e rappresentano la stessa quantità di popolazione scolastica intervistata, ma questo non significa che gli individui che rientrano in una siano gli stessi che rientrano nell'altra. Discutiamo le argomentazioni insieme a tutta la classe.

alle unità di misura di lunghezza per risolvere un problema.

■ I bambini dovranno lavorare in piccoli gruppi. Il materiale di cui dobbiamo disporre per l'attività è il seguente: oggetti di diverse grandezze aventi forma sferica (per esempio dei palloni), uno per ciascun gruppo; pezzi di filo; nastro adesivo; alcuni metri da falegname. Consegniamo a ciascun gruppo uno degli oggetti a forma sferica e mettiamo a disposizione di tutti il restante materiale; diciamo ai bambini che vogliamo determinare il diametro della sfera, ma non potendolo misurare, dobbiamo prima determinare la lunghezza di una circonferenza di raggio massimo (per esempio fissando un filo sulla sfera con del nastro), il cui diametro sarà uguale al diametro della sfera. Una volta determinata la misura della circonferenza, possiamo agevolmente ricavare il diametro.

■ I bambini dovranno trovare una strategia che consenta loro di determinare la lunghezza della circonferenza di raggio massimo sulla sfera. Al termine del lavoro facciamo esporre ai vari gruppi le loro soluzioni e discutiamo le strategie risolutive adottate. Una volta determinata la lunghezza della circonferenza è facile trovare il diametro, la cui misura sarà tanto più precisa quanto più accurata sarà stata la misura della circonferenza di raggio massimo.

IN VIAGGIO

■ Proponiamo ora un esercizio in cui è coinvolta l'unità di misura del tempo e che richiede di calcolare la durata di alcuni eventi.

Marco esce di casa alle 7:20, prende l'au-

tobus e arriva a scuola alle 7:55, mentre Luisa viene accompagnata a scuola dalla mamma e impiega mezz'ora per arrivare. Chi dei due ci mette più tempo per percorrere il tragitto tra casa e scuola? Supponendo che il tempo di ritorno a casa sia uguale a quello di arrivo a scuola, quanto tempo impiega ciascuno dei due bambini per il viaggio di andata e ritorno?

■ Consegniamo infine la **scheda 4** per il lavoro individuale.

COME & PERCHÉ

L'unità di misura del tempo

Gli esercizi e i problemi sulle unità di misura del tempo ci consentono di evidenziare che, a differenza della maggior parte delle unità di misura, quella del tempo non è un'unità di misura in base decimale, ma sessagesimale. Questo aspetto è importante poiché mette in evidenza il fatto che la base numerica dell'unità di misura è un fatto puramente convenzionale.

LA DIDATTICA CONTINUA SUL WEB

www.lavitascolastica.it > Didattica

Cerca risorse



- *Strumenti* > Frazioni equivalenti
- *Strumenti* > Tabella dei numeri primi minori di 100



Scheda 1

MULTIPLI E DIVISORI

- Cerchia con il rosso i **multipli del numero 7** e con il verde i **divisori del numero 40**.

20	32	17	14	0	8
11	49	1	5	40	
2	30	4	9	12	10
23	21	80	6	28	
15	50	7	35	12	

- Scrivi tutti i divisori del numero 18 e sei dei suoi multipli.
.....
.....
- Marco dice che tutti i numeri primi sono dispari perché se un numero è pari allora è divisibile per 2 e quindi non è primo. Secondo te Marco ha ragione?
Sì, perché
No, perché
- Segna con una **X** la risposta corretta.
Se un numero è divisibile per 12 allora esso è divisibile anche:
 per 8 e per 4. per 10 e per 2. per 2 e per 6.

SAPER DETERMINARE MULTIPLI E DIVISORI DI UN NUMERO.

Scheda 2

NUMERI PRIMI

- Segna con una **X** la risposta corretta.
Un numero naturale è primo se:
 ha come divisori solo numeri primi.
 è il primo in una successione di numeri.
 ha come divisori solo 1 e se stesso.
- Scrivi i seguenti numeri come prodotti di fattori primi.
Esempio: $12 = 2 \times 2 \times 3$
 $9 = \dots\dots\dots$ $18 = \dots\dots\dots$ $45 = \dots\dots\dots$
 $15 = \dots\dots\dots$ $30 = \dots\dots\dots$ $28 = \dots\dots\dots$

- I numeri gemelli sono coppie di numeri primi che differiscono di due unità. Quali delle seguenti coppie non sono coppie di numeri gemelli? Segnale con una **X**.

- 5 e 7 7 e 9 2 e 5
- 13 e 15 19 e 21 17 e 19 1 e 3

Motiva la tua risposta.
.....
.....

- I numeri cugini sono coppie di numeri primi che differiscono per quattro unità. Per esempio, 3 e 7 sono numeri cugini. Scrivi le prime sei coppie di numeri cugini.

..... e e e

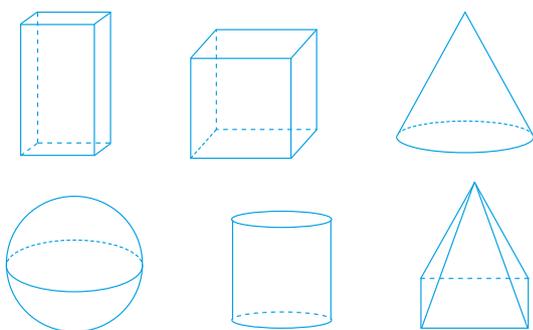
..... e e e

CONOSCERE I NUMERI PRIMI E LE CARATTERISTICHE DI ALCUNE PARTICOLARI FAMIGLIE DI NUMERI PRIMI.

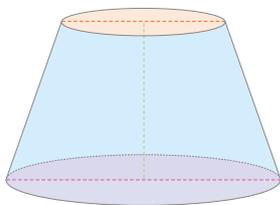
Scheda 3

POLIEDRI E SOLIDI DI ROTAZIONE

- Cerchia con il rosso i **poliedri** e con il verde i **solidi di rotazione**.



- Quale figura genera il solido di rotazione rappresentato qui a fianco? Rispondi con una **X**.
 Un triangolo rettangolo
 Un semicerchio
 Un trapezio rettangolo



CONOSCERE I POLIEDRI E I SOLIDI DI ROTAZIONE.

Scheda 4

MISURE

- Metti il segno **>**, **<** o **=** tra le due misure.
- 2,3 m 450 cm
- 25 ore e 20 minuti un giorno
- 320 cm 3 m
- 1/4 d'ora 20 minuti
- 2 mm 0,5 cm
- 3/4 d'ora 34 minuti

- Oggi Marco ha avuto lezione a scuola dalle 8:00 alle 12:45 e poi dalle 14:00 alle 15:30. Quanto tempo è rimasto a scuola in tutto?
.....

- Lucia corre tre volte alla settimana con il seguente piano di allenamento:
- lunedì: 6 km - mercoledì: 6 km - venerdì: 10 km.
Inoltre, due volte al mese fa una corsa lunga 20 km.
Quanti km percorre Lucia in quattro settimane?
.....

- Nella tabella sono riportati gli orari dei treni che collegano alcune città italiane. Inserisci nell'ultima colonna il tempo che il treno impiega per fare il tragitto.

Partenza	Arrivo	Tempo impiegato
6:30	8:15	
9:25	11:05	
13:00	14:30	
22:05	23:28	
00:15	1:30	

SAPER OPERARE CON LE UNITÀ DI MISURA PER LA LUNGHEZZA E PER IL TEMPO.