Matematica

3

Classe

Le caratteristiche degli oggetti

Iniziamo a occuparci di un oggetto matematico la cui costruzione cognitiva è davvero complessa: l'angolo. Prima di proporre la definizione di angolo più diffusa in Italia (esistono diverse definizioni di angolo), accertiamo le immagini intuitive (forse già modelli) che gli alunni hanno costruito.

Poliedri

Distribuiamo a ogni bambino un modello in cartoncino di un cubo e un modello in cartoncino di una piramide retta a base quadrata.
Lavoriamo su una prima idea di parallelismo chiedendo ai bambini di mettere le mani in modo tale che i palmi si tocchino e di allontanarle lentamente fino a contenere il solido. Abbiamo due possibilità:

- le mani toccano due facce del poliedro, ma non si toccano fra loro: le due facce sono parallele;
- le mani toccano due facce del poliedro e si toccano fra loro: le due facce sono non parallele.

Chiediamo di colorare con il rosso una faccia del poliedro e di colorare con lo stesso colore la faccia parallela. Quante altre facce posso colorare con colori diversi?
Arriviamo a tre coppie di facce di diversi colori sul modello del cubo, ma non possiamo colorare coppie di facce sul modello della piramide. Registriamo in una tabella quali solidi hanno facce parallele, quante coppie di facce parallele hanno, e quali solidi invece non ne hanno.
Sempre in modo intuitivo individuiamo la perpendicolarità osservando un cubo. Diciamo che due facce con uno spigolo in comune sono perpendicolari fra di loro.
Costruiamo uno strumento appoggiando due righelli sulle facce perpendicolari del cubo e fissandoli insieme con del nastro adesivo. Ci servirà per rintracciare la perpendicolarità fra le facce degli altri poliedri.
Infine verifichiamo se la piramide ha coppie di facce perpendicolari.

Punti di vista

Diciamo agli alunni di "aprire" il modello già colorato di cubo in cartoncino facendo dei tagli in corrispondenza di alcuni spigoli, in modo da poterlo stendere sul piano. I bambini non devono ottenere 6 tessere quadrate di cartoncino, ma un unico pezzo: uno sviluppo del cubo. Una volta "aperto" il modello di cubo in cartoncino possono stendere il modello di sviluppo del cubo sul piano. Confrontiamo fra loro tutti gli sviluppi del cubo realizzati dagli alunni e confrontiamoli anche con tutti i possibili risultati. Poi ricostruiamo il cubo chiudendo la sagoma.
Distribuiamo la **SCHEDA**.

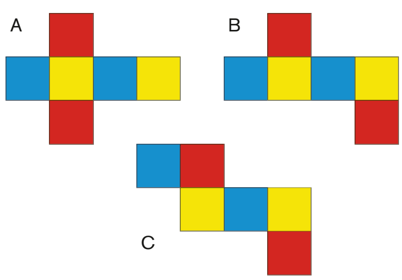
Rette

Come possiamo trasformare una traccia di matita che ha un punto di inizio e un punto di fine (il segmento) in una retta? Accogliamo le idee dei bambini. Concordiamo insieme una rappresentazione della retta che possa comunicare la sua illimitatezza.

SCHEDA: Il cubo di Mattia

▪ Leggi il problema e rispondi alle domande.

Mattia vuole costruire un cubo con le facce parallele dello stesso colore e ha colorato tre sviluppi di un cubo.
In quali casi ha fatto bene il suo lavoro?

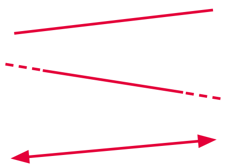


☐ Tutti e tre gli sviluppi sono colorati correttamente.
☐ Solo A e C sono colorati correttamente.
☐ Solo B e C sono colorati correttamente.
☐ Nessuno sviluppo è colorato correttamente.

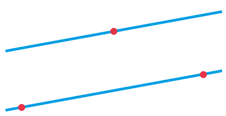
VISUALIZZARE MODELLI SUL PIANO E RICONOSCERE FORME E PROPRIETÀ DELLE DIVERSE RAPPRESENTAZIONI.

Aiutiamo i bambini a visualizzare rappresentazioni sul piano di oggetti a tre dimensioni

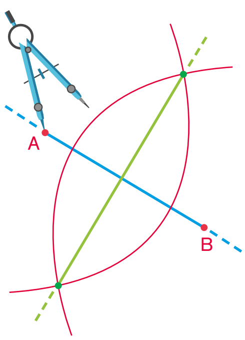
Rappresentazione della retta



Le rette non esistono nella realtà: come si rappresentano con modelli concreti o disegni?



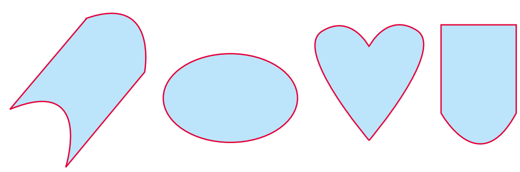
I problemi da risolvere con riga e compasso permettono di usare le conoscenze e sviluppare competenze



Osserviamo insieme e chiediamo agli allievi quale **rappresentazione della retta** preferiscono: la useremo in classe.
Le rette possono essere disegnate in varie posizioni nel foglio, ma non assumono per questo la definizione di rette orizzontali o rette verticali (se disegniamo sul foglio di carta di un quaderno o sulla lavagna sembra avere un senso, ma sul piano geometrico perde di significato).
Riprendiamo in mano il cubo e, basandoci sulle idee intuitive dei bambini, cerchiamo quali sono gli spigoli paralleli. Scegliamo una coppia di spigoli paralleli e coloriamoli con lo stesso colore; chiediamo agli alunni di immaginare che ognuno dei due spigoli sia solo una parte di una linea dritta che non ha né inizio né fine.
Facendo leva sulle idee intuitive dei bambini disegniamo rette parallele. Facciamo il disegno con riga e compasso e, se possibile, con i *software* Cabri Géomètre o GeoGebra.
Abbiamo una retta e vogliamo disegnare una retta parallela a questa che passa per un punto dato. Dobbiamo indicare un punto in cui passa la retta da disegnare. Proponiamo agli alunni di disegnare due rette incidenti, cioè che abbiano un solo punto in comune.
Fra tutte le coppie di rette disegnate esaminiamo rette perpendicolari fra loro.
Per dare una prima idea di rette perpendicolari fra loro prendiamo un foglio, pieghiamolo come vogliamo e poi pieghiamolo ancora, facendo combaciare la prima linea di piegatura su se stessa. Apriamo il foglio e ripassiamo con un pennarello le linee delle piegature. Osserviamo che le linee si incontrano in un punto e che i 4 angoli che si formano sono tutti uguali (dunque retti). Ciò che vediamo può portarci a immaginare due rette perpendicolari fra loro.
Proponiamo diverse posizioni delle rette perpendicolari per non confondere "perpendicolare" con "verticale".
Sempre con riga e compasso chiediamo di disegnare una retta verde perpendicolare alla retta blu.

Dai poliedri ai poligoni

Invitiamo gli alunni a riprodurre la faccia di un poliedro su un foglio bianco (se abbiamo realizzato degli scheletrati possiamo dire di far corrispondere ogni pallina di pongo a un *vertice* e ogni bastoncino a un *lato*). Avremo il disegno di un poligono. Chiediamo poi di:
1. rappresentare poligoni diversi disegnando una linea spezzata chiusa semplice che divide il piano (il nostro foglio di carta) in due regioni: una interna alla spezzata e una esterna;
2. disegnare poligoni e indicare il numero di lati che avrà il poligono prima di iniziare il disegno;
3. disegnare poligoni con: due lati; tre lati; quattro lati; cinque lati; sei lati; sette lati; otto lati.
In questo modo i bambini potranno verificare che non è possibile disegnare un poligono che abbia solo due lati.
Concludiamo che il numero minimo di lati che può avere un poligono è tre. E qual è il numero massimo di lati che un poligono può avere?
A questo punto possiamo disegnarli sul foglio virtuale di Cabri Géomètre o GeoGebra.
Verifichiamo che possiamo congiungere con un segmento due vertici non consecutivi di un poligono tracciando le *diagonali*. È facile osservare che nei poligoni con quattro lati si possono tracciare due diagonali; quante nei poligoni con tre lati?
I triangoli non hanno vertici non consecutivi, quindi non possono avere diagonali.
Chiediamo di osservare alcune figure che chiameremo *non poligoni* e chiediamo agli alunni di spiegarne intuitivamente il perché.



Chiediamo agli alunni di disegnare su fogli di carta bianchi tutti i poligoni che vogliono. Otterremo poligoni sia concavi sia convessi con un numero diverso di lati.
Stimoliamo gli alunni di spiegare, a loro modo, che cosa si intende per *concavo* e cosa per *convesso*, accogliamo le loro idee e facciamole diventare sapere della classe.

Angoli

Che cos'è un angolo? Ascoltiamo e registriamo le risposte su un cartellone. Consideriamo l'idea che l'angolo sia una delle due parti di piano individuata da due semirette con origine comune: disegniamo le semirette su un foglio o sulla lavagna.
Chiediamo che siano i bambini a scegliere un angolo e a indicarci quale hanno scelto disegnandoci dentro un fiore e una farfalla.
Lasciamo ai bambini la libertà di scegliere il "dove" nell'angolo: vicino o lontano dal vertice, vicino o lontano da un lato dell'angolo. Consideriamo la risposta positivamente anche se ci dicono che non si può disegnare nell'angolo e lo indicano con un dito. Ogni volta chiediamo

agli alunni il perché della loro scelta per conoscere quale idea cognitiva di angolo stanno costruendo.

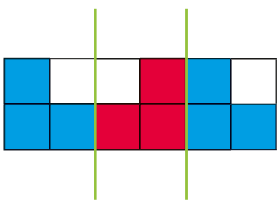
Figure allo specchio

Proponiamo alcuni giochi allo specchio per verificare che le caratteristiche geometriche della figura che si riflette restano le stesse. Poi prendiamo un foglio di carta e disegniamo un triangolo. Per disegnare la figura simmetrica rispetto a un asse di simmetria seguiamo i passaggi descritti:
1. Pieghiamo il foglio ed evidenziamo con un colore la retta della piegatura: è l'asse di *simmetria*.
2. Richiudiamo il foglio. Prendiamo un punteruolo o una puntina da disegno e facciamo un foro in corrispondenza di un vertice del triangolo "trasportandolo" al di là della piegatura. Ripetiamo l'operazione per gli altri due vertici.
3. Apriamo il foglio di carta: avremo i vertici del triangolo (coloriamoli con tre colori diversi) e i vertici simmetrici.
4. Ora congiungiamo i vertici servendoci di matita e righello e avremo un triangolo simmetrico a quello di partenza; non dimentichiamo di colorare i vertici del triangolo simmetrico.
Possiamo procedere allo stesso modo per ottenere altre figure simmetriche rispetto a un asse "trasportando" i punti-vertici.

Traslazione e rotazione

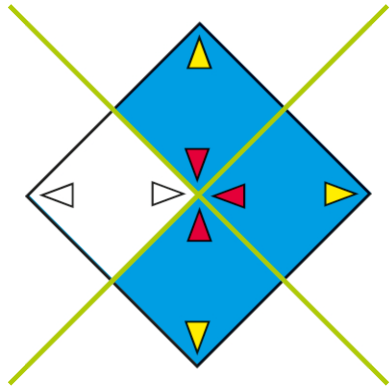
Mostriamo agli alunni alcuni fra i disegni degli animali di Escher che piastrellano il piano e chiediamo loro di individuare la figura che viene ripetuta e spostata nel piano. Proviamo a fare la stessa cosa. Osserviamo la **Fig. 1**: la figura di partenza è stata spostata nel piano.

Fig. 1



Le figure sono fra loro simmetriche e il doppio spostamento (due simmetrie) ha prodotto una traslazione: la terza figura è la figura di partenza. Evidenziamo in verde i due assi di simmetria e osserviamo che sono paralleli fra loro. Chiediamo di inventare altre figure da traslare.
Osserviamo ora la **Fig. 2**: la figura di partenza (in bianco) è stata ruotata e le figure sono simmetriche tra di loro, mentre i due assi di simmetria sono incidenti. Chiediamo infine di inventare altre figure da ruotare.

Fig. 2



Le parole delle discipline
Poliedri, poligoni, bidimensionale, tridimensionale

Molte parole della geometria sono formate per composizione, aggiungendo 'elementi fissi' che vengono da lingue antiche, come il latino e il greco. In classe si è parlato di "poliedri" e di "poligoni". Chiediamo agli allievi di osservare la forma di questi due termini e di sottolineare la "parte" che hanno in comune. Questa parte, "poli" ha un suo significato; lo leggiamo sul dizionario, che ci dice anche l'origine della parola (l'etimologia).

▪ ***poli-* prefisso**; si usa in composti dove significa "molto": *poliedro, poligono.*
Etimologia: dal greco *polýs* "molto".

Giochiamo con gli allievi a completare le frasi:
– Un poliedro è un solido delimitato da …………….. facce di poligoni.
– Un poligono è una figura piana con …………….. angoli.

Impariamo a osservare la forma delle parole "bidimensionale" e "tridimensionale". Sono parole composte da due parti. Il dizionario ci dice il significato e l'origine delle "parti messe prima" (prefissi).

▪ ***bi-* prefisso**; si usa in composti dove indica "due, composto di due, doppio" o anche "due volte": *bisettimanale*.
Etimologia: dal latino *bi-*, a sua volta da *bis* "due volte".

▪ ***tri-* prefisso** si usa in composti dove indica "di tre, che ha tre, formato da tre": *tridente*, *triangolo*.
Etimologia: dal latino *tres*, tria "tre".

Completiamo ora con gli allievi le seguenti frasi:
Il genitore del nonno è il …………………………… .
Una persona che parla due lingue è …………………………… .
Un poliglotta è una persona che parla …………… lingue.
Un animale con due piedi è un animale………………… .
Un periodo di tre mesi è un ………………… .

Gabriella Ravizza