

Dal disegno “reale” al disegno “virtuale”

Ragioniamo insieme agli alunni sui concetti geometrici già affrontati in quarta (angolo, altezza, base ecc.) e su alcuni elementi della circonferenza. Accompagniamo anche gli alunni in approfondimenti sull'uso del piano cartesiano. Sosteniamo sempre le riflessioni con il disegno di poligoni, di altezze, di angoli, di rette perpendicolari con riga, compasso e squadra e (se possibile) con programmi come Cabri Géomètre e GeoGebra.

Le diagonali

Disegniamo le diagonali di alcune figure verificando che ogni vertice sia collegato ai vertici non consecutivi con un segmento.

Contiamo le diagonali che partono da ogni vertice e verifichiamo che nel pentagono le diagonali siano due, nell'esagono tre, nell'ottagono cinque. In ogni poligono le diagonali che partono da ogni vertice sono tre in meno rispetto al numero dei vertici del poligono stesso.

Verifichiamolo anche con il quadrato e proponiamo di calcolare il numero di diagonali di un decagono.

Chiediamo agli alunni di completare le prime quattro righe della **TABELLA**.

Il numero di diagonali che parte da ogni vertice del decagono è 7, ma non possiamo moltiplicare questo numero per il numero dei vertici del poligono per avere il numero delle diagonali, perché le diagonali sarebbero contate due volte. Occorre, quindi, dividere il numero trovato per due (vedi tabella).

Generalizziamo la formula trovata insieme immaginando un poligono di n lati: $[(n - 3) \times n] : 2$. Costruiamo con stuzzicadenti e pongo modelli dei poligoni elencati nella tabella e attacchiamoli su un cartellone.

Costruiamo anche modelli di poligoni con un numero di stuzzicadenti e di palline di pongo maggiore di 20 affinché gli alunni possano immaginare poligoni con un numero di lati sempre più grande. Proponiamo di disegnarli anche con un *software*.

TABELLA: Vertici e diagonali nei poligoni

Poligono	Numero di vertici	Numero di diagonali da ogni vertice	Numero di diagonali totale
Quadrato	4	$4 - 3 = 1$	$[(4-3) \times 4] : 2 = 2$
Pentagono	5	$5 - 3 = 2$	$[(5-3) \times 5] : 2 = \dots$
Esagono	6	$6 - 3 = 3$	$[(6-3) \times 6] : 2 = \dots$
Ottagono	8	$8 - 3 = 5$	$[(8-3) \times 8] : 2 = \dots$
Decagono	10	...	$[(10-3) \times 10] : 2 = \dots$
Dodecagono	12	...	$[(\dots - 3) \times \dots] : 2 = \dots$
Tridecagono	13	...	$[(\dots - 3) \times \dots] : 2 = \dots$

Diagonali nei quadrilateri

Costruiamo un quadrilatero convesso sul foglio e disegniamo le diagonali. Osserviamole e descriviamole: sono incidenti.

Modifichiamo il quadrilatero per ottenere un trapezio generico e osserviamo che le diagonali sono incidenti, poi disegniamo un parallelogrammo: cerchiamo somiglianze e differenze fra le diagonali di un trapezio generico e le diagonali di un parallelogrammo.

Concludiamo con gli alunni che le diagonali del parallelogrammo sono incidenti e hanno una caratteristica in più: si tagliano sempre a metà. Modifichiamo il disegno del parallelogrammo e otteniamo un rettangolo. Le sue diagonali sono incidenti, si tagliano sempre a metà e hanno una caratteristica in più: sono congruenti.

Modifichiamo il disegno del parallelogrammo e otteniamo un rombo. Le sue diagonali sono incidenti, si tagliano sempre a metà e hanno una caratteristica in più: sono perpendicolari.

Descriviamo quindi le diagonali del quadrato:

- è un rombo: le sue diagonali sono perpendicolari;
- è un rettangolo: le sue diagonali sono congruenti;
- è un parallelogrammo: le sue diagonali sono bisecanti, cioè “si tagliano” sempre a metà.

Stampiamo tutti i disegni e costruiamo un cartellone riassuntivo; scriviamo vicino a ogni

Riprendiamo ora i quadrilateri per scoprire insieme agli alunni le caratteristiche delle due diagonali

quadrilatero le caratteristiche delle diagonali. Aggiungiamo il deltoide e analizziamo le caratteristiche delle diagonali verificando somiglianze e differenze da quelle degli altri quadrilateri osservati.

Altezze dei poligoni

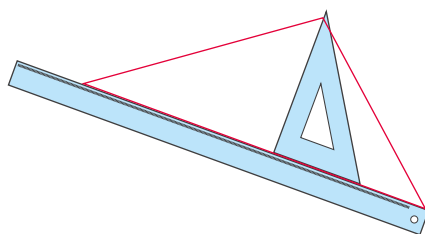
Dopo aver verificato che i triangoli hanno tre altezze, osserviamo insieme che anche gli altri poligoni possiedono altezze.

L'altezza di un poligono è la distanza massima dal vertice alla retta del lato opposto.

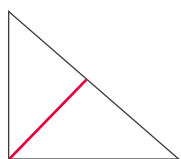
La distanza è la misura del segmento di perpendicolare condotta dal vertice alla retta del lato opposto. Nei poligoni, da ogni vertice possiamo disegnare un'altezza.

Chiediamo agli alunni di disegnare le altezze di un quadrilatero con Cabri Géomètre e modifichiamo il quadrilatero per visualizzare le altezze. Proponiamo, allo stesso modo, di disegnare le altezze di pentagoni, esagoni ecc.

Dopo aver fatto il disegno con il software, è importante che gli alunni traccino le altezze usando un foglio di carta, matita, riga e compasso. Possiamo proporre di disegnare le altezze con riga e squadra opportunamente posizionate.



Bisogna far capire agli alunni che non occorre girare il foglio o la figura ogni volta che devono tracciare la perpendicolare al lato (anche se potrebbe risultare più semplice il disegno), perché potrebbero immaginare che l'altezza sia "quel segmento che cade sempre dall'alto verso il basso" e non riconoscere che il segmento evidenziato in rosso nella figura proposta come esempio è un'altezza del triangolo.



Ogni lato di un poligono può essere riconosciuto come "base"

Base

Scriviamo al centro di un cartellone la parola BASE. Invitiamo ogni alunno a scrivere sul cartellone un esempio d'uso della parola nella vita reale e di descriverlo attraverso il disegno indicando "la base". Attacciamo ogni disegno vicino all'esempio scritto.

Predisponiamo un altro cartellone scrivendo la parola BASE al centro e chiediamo agli alunni

di proporre esempi d'uso di questa parola in geometria. Chiediamo di scrivere l'esempio e di descriverlo attraverso il disegno indicando "la base" delle figure.

Riflettiamo sul fatto che il significato dato alla parola base (basamento) nella vita reale non può essere trasportato nel mondo della geometria perché le figure non si "appoggiano", non hanno un basamento, non hanno una posizione privilegiata (ricordiamo che l'orizzontalità e la verticalità non appartengono agli oggetti specifici della geometria).

Angoli interni ed esterni

Osserviamo sia gli *angoli interni* sia gli *angoli esterni* di un poligono.

Domandiamo agli alunni di riprodurre il quadrilatero su un foglio di carta con matita e righello e di osservare l'angolo DÂB interno alla figura.

Quindi guidiamoli a rintracciare le caratteristiche dell'angolo interno di un poligono:

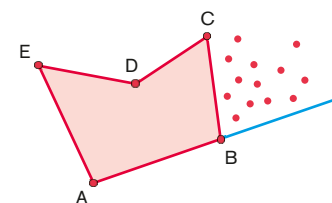
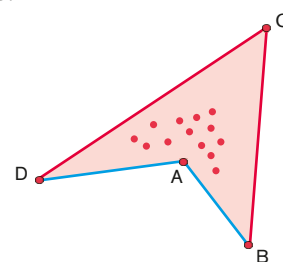
- il vertice dell'angolo è uno dei vertici del poligono;
- i lati dell'angolo sono lati consecutivi del poligono.

Consideriamo ora gli angoli esterni di un poligono. Per individuare un angolo esterno di un poligono riproduciamo il pentagono e prolunghiamo un lato. L'angolo evidenziato con il disegno di tanti punti rossi è l'angolo esterno. Guidiamo gli alunni a rintracciare le caratteristiche dell'angolo esterno di un poligono:

- il vertice dell'angolo è uno dei vertici del poligono;
- i lati dell'angolo sono un lato del poligono e il prolungamento del lato consecutivo.

Individuiamo gli altri angoli esterni del poligono disegnato e coloriamoli con colori diversi. Gli alunni possono scegliere di colorare tutto lo spazio grafico a loro disposizione o solo una parte, disegnare una farfalla o più farfalle, un archetto o più archetti ecc.

Accettiamo qualsiasi rappresentazione, ricordando che nessuna può descrivere in modo completo l'idea.



Piano cartesiano

Dopo aver giocato a battaglia navale, invitiamo i bambini a disegnare il piano cartesiano con carta, matita, riga e compasso. Occorre disegnare due rette perpendicolari e individuare il loro punto d'incontro: l'origine. Chiamiamo *asse delle x* o *ascissa* la retta "orizzontale" e *asse delle y* o *ordinata* la retta "verticale".

Chiediamo poi di disegnare una fitta rete di rette parallele all'asse delle x e all'asse delle y in modo che, partendo dall'origine, siano distanziate uniformemente (scegliamo un'unica unità di misura per distanziare le rette dall'asse delle x e dall'asse delle y); l'intersezione delle rette individuerà dei "nodi".

Chiediamo di scrivere i numeri sui due assi in corrispondenza di ogni nodo. Osserviamo che il foglio è stato diviso dai due assi in quattro parti (I, II, III e IV quadrante in senso antiorario), come si vede nella **Fig. 1**.

Chiediamo agli alunni di individuare il punto d'origine (0) e, a partire da questo, di scrivere i numeri progressivi sui nodi dell'asse x e dell'asse y verso destra, verso sinistra, verso l'alto, verso il basso. Verifichiamo insieme che i nodi alla sinistra dell'origine e verso il basso rispetto all'origine corrispondono a numeri negativi.

Verifichiamo insieme che ogni coppia ordinata di numeri (coordinate cartesiane) individua esattamente un unico punto del piano.

Il primo numero della coppia indica la distanza del punto dall'asse y , il secondo numero della coppia indica la distanza del punto dall'asse x . Per verificarlo fissiamo un punto $P(3;2)$ (**Fig. 2**) e tracciamo le parallele dal punto P agli assi x e y . Poi misuriamo la distanza del punto P dall'asse delle x e dall'asse delle y usando l'unità di misura scelta per distanziare le rette.

Chiediamo agli alunni di trovare nel reticolato il punto che corrisponde alle coordinate $(2;6)$ e

il punto che corrisponde alle coordinate $(6;2)$ e di spiegare perché il punto individuato non è lo stesso. Chiediamo, poi, agli alunni di indicare le coordinate cartesiane dei punti A ; B ; C ; D (**Fig. 3**) e verifichiamo che il punto A si trova nel primo quadrante e i numeri della coppia ordinata che indicano le sue coordinate sono entrambi positivi; il punto B si trova nel secondo quadrante e i numeri della coppia ordinata che indicano le coordinate sono negativo per l'ascissa; positivo per l'ordinata. Continuiamo insieme agli alunni ad analizzare i punti C e D e scriviamone le coordinate cartesiane.

Chiediamo agli alunni di considerare i 4 punti vertici di un poligono e di disegnarlo.

Usiamo ora il piano cartesiano per disegnare figure geometriche. Chiediamo agli alunni di completare il disegno di un quadrato di cui forniamo le coordinate di tre vertici: $A(3;4)$, $B(8;2)$, $C(10;7)$, $D(...;...)$.

Proponiamo un gioco agli alunni che, divisi a coppie, si sfidano a disegnare figure geometriche sul piano cartesiano. Alternativamente, in ogni coppia, ogni alunno deve scrivere le indicazioni per disegnare un poligono sul piano cartesiano (nome del poligono e coordinate dei punti vertici tranne uno) e disegnarlo.

Massima attenzione deve essere posta sia nel disegnare secondo le indicazioni sia nel dare le indicazioni che devono essere chiare e corrette.

Fig. 2

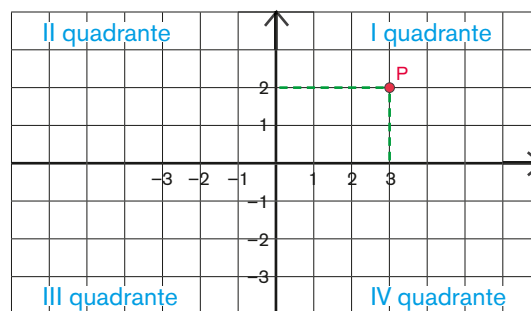


Fig. 3

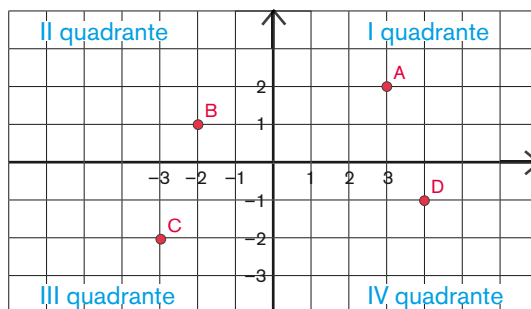


Fig. 1

