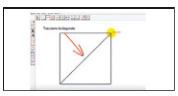
3

Classe

Matematica

Il concetto di frazione

Pinilla Fandiño, M.I. (2005). *Le frazioni, aspetti concettuali e didattici.* Bologna: Pitagora



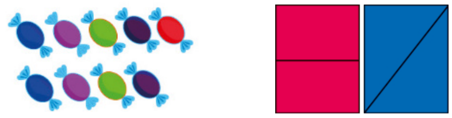
Per costruire il **Tangram**: www.youtube.com > Costruiamo il Tangram

Per l'origine del Tangram e la sua leggenda: www.schoolmate.it/index.php?option=com_content&view=article&id=60:la-leggenda&catid=22&Itemid=231

Sappiamo quanto sia vasto il concetto di frazione, tanto da non poterlo certo racchiudere in una definizione. **Martha I. Fandiño Pinilla**, nel suo libro *Le frazioni, aspetti concettuali e didattici* (2005), ne fornisce dodici diverse interpretazioni tutte diffuse, riscontrabili nella vita quotidiana.
Nel nostro percorso, rispettoso di differenti stili d'apprendimento, realizziamo attività per sviluppare gradualmente le diverse spiegazioni di frazione, ma è evidente come non sia possibile ogni volta con i bambini affermare tutte le realtà che si riferiscono a un argomento tanto vasto. È importante che sia ben chiaro per noi il percorso che proponiamo alla classe. Presentiamo comunque sempre descrizioni vere che, anche se non racchiudono ancora tutte le interpretazioni possibili, a queste stanno aprendo la conoscenza.
Condividiamo con i bambini terminologie sempre più rigorose, perché diventino per loro spontanee, pur essendo noi coscienti che non è ancora possibile farne sempre con loro un uso esplicito. Naturalmente il linguaggio usato sarà sempre adeguato alle loro necessità lessicali e di tipo narrativo, non sarà necessariamente quello qui usato, destinato a un pubblico adulto.
In un clima d'insegnamento-apprendimento coinvolgente, che mette in gioco la responsabilità di ognuno, proponiamo situazioni legate alla quotidianità dei bambini e facciamole divenire argomento di dibattito all'interno del gruppo, perché non ci sono formule da applicare, ma situazioni che vanno ogni volta comprese e valutate.

Dividere un'unità-tutto continua

Quando si parla di frazioni, si fa spesso uso dell'aggettivo uguale. A volte però accade che insegnanti e alunni attribuiscano a questo termine significati diversi. È necessario prestare molta attenzione e fare in modo che i bambini amplino il significato dell'attributo "uguale" e riescano a comprendere che può essere sinonimo di equiesteso, equinumeroso, congruente ed equivolumetrico, anche se ancora non pretendiamo che siano loro a far uso di questi termini specifici.
I bambini, per la loro esperienza, potrebbero sostenere che gli insiemi di queste caramelle sono "praticamente uguali anche se nel secondo manca una caramella" e che questa unità continua è stata "divisa in parti uguali a due a due".



Se i bambini non sono espliciti nell'esternare il loro pensiero, può accadere che si creino misconcezioni tali da compromettere il loro processo d'apprendimento.

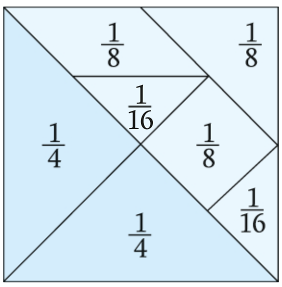
Uguale perché equiesteso

I bambini, negli anni precedenti, hanno certamente già eseguito attività nelle quali è emerso il concetto di uguale nella sua accezione di equiesteso, anche senza usarlo. Con l'aiuto del **Tangram** desideriamo ora consolidare questo concetto. Il Tangram è un antichissimo gioco cinese, risalente al 740-730 a.C. **L'origine del Tangram** è spesso legata a una **leggenda** che affascina i bambini.
Procuriamo un tangram da mostrare alla classe, facciamo vedere che è suddiviso in sette parti (tan) con le quali si possono creare un'infinità di figure, nel rispetto di due semplici regole:
1. usare tutti i sette pezzi;
2. non sovrapporli.
Su internet troviamo molte figure realizzate con i sette *tan*. Osserviamole con la classe e invitiamo i bambini a riprodurle.

Quando ognuno ha realizzato una propria figura, chiediamo quale sia la più grande, quella che occupa la maggior parte di piano. Nasceranno pareri discordanti, fino a quando sollecitiamo tutti a ricreare il quadrato di partenza con i pezzi della loro composizione e scoprire quindi che le diverse creazioni sono tutte equiestese al quadrato e quindi sono equiestese tra loro.

Somme ed equivalenze di frazioni

Dividiamo la classe in tre o quattro gruppi e chiediamo quanti triangoli grandi servono per realizzare un quadrato uguale a quello di partenza. I bambini devono unire i loro *tan* e comprendere che con quattro triangoli grandi si ottiene il quadrato di partenza, per cui possiamo dire che ogni triangolo è $\frac{1}{4}$ del quadrato e che $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ equivale a una unità.
Con successive richieste, prove, confronti e verifiche i bambini scoprono a quale parte dell'intero corrispondono le diverse figure che compongono il quadrato. Rappresentiamo poi la suddivisione su un cartellone:



Verifichiamo che $\frac{2}{4}$ equivalgono alla metà del quadrato e possiamo quindi scrivere:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

Proseguiamo sempre con ricostruzioni, confronti e verifiche fino a quando è chiaro per tutti anche che:

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}\,;\ \frac{1}{16}+\frac{1}{16}=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$$

A questo punto i bambini continuano a fare nuove scoperte e a riconoscere altre equivalenze di frazioni, che devono essere comprese e condivise da tutta la classe per poterle poi scrivere sul nostro cartellone.
Proponiamo un problema da risolvere in gruppo:

Matteo sostiene che $\frac{1}{2}$ equivale a $\frac{3}{8}+\frac{2}{16}$
Luigi invece dice che $\frac{1}{2}$ equivale a $\frac{1}{8}+\frac{2}{16}$
Chi ha ragione? Dimostra la tua ipotesi

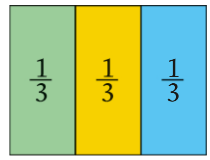
La soluzione è immediata se i bambini osservano il cartellone che abbiamo esposto; sentiamo come argomentano e se hanno padronanza del linguaggio e dei concetti fin qui appresi.

Chiediamo ai bambini, in coppia, di verificare con l'aiuto dei loro *tan* se queste addizioni sono corrette ed eventualmente di correggerle:

$$\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{2}{8}\,;\ \frac{3}{8}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\,;\ \frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\,;$$
$$\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=\frac{1}{8}\,;\ \frac{2}{4}+\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$$

Lasciamo che i bambini verifichino da soli queste relazioni e tutto rimanga a un livello pratico-intuitivo, senza indicare regole che scopriranno e analizzeranno dal prossimo anno, quando smetteranno gradatamente d'operare solo nel concreto per comprendere che la frazione, come operatore, agisce sui numeri piuttosto che sugli oggetti.
Proponiamo ai bambini di eseguire altri frazionamenti di unità continue, come l'esempio a lato, che dividiamo poi in sesti e ancora in noni. Come abbiamo fatto con i *tan*, ragioniamo su queste suddivisioni, poniamo domande, verifichiamo, per esempio, se è vero che $\frac{1}{3}+\frac{3}{9}$ equivale a $\frac{2}{3}$.

Il Tangram stimola la fantasia e consente di suddividere e ricreare il quadrato di partenza operando con le frazioni



Frazionamenti creativi

Proponiamo di lavorare su insiemi discreti di elementi uguali tra loro, per i quali prendiamo in esame soprattutto la numerosità. In un laboratorio di creatività, che possiamo utilizzare in diversi momenti nell'arco dell'anno, coinvolgiamo i bambini a lavorare insieme per uno scopo preciso, analizzando situazioni che diventano spunti di riflessione e di conoscenza.
Procuriamo materiale di vario tipo con cui creeremo collane, braccialetti, cornici e piccoli quadri, per esempio: pasta, cannucce, palline di feltro, abbassalingua, perline, elastici, cartone, forbici, vinavil.
Sul web troviamo una gran quantità di indicazioni ed esempi, oppure lasciamoci guidare dalla fantasia e dalla creatività dei bambini.
La nostra attenzione principale va nel creare situazioni nelle quali i bambini devono dividere il materiale a disposizione in parti uguali-equinumerose. Per esempio:

- Abbiamo 80 palline di feltro per creare braccialetti, formati ognuno da $\frac{1}{10}$ del materiale di cui disponiamo. Quanti braccialetti creiamo? Contiamo, dividiamo l'insieme delle 80 palline, che è l'intero da frazionare, in gruppi uguali (equinumerosi), e poi realizziamo 10 allegri braccialetti.
- Con 60 maccheroncini facciamo 2 collane con lo stesso numero di elementi. Con quale frazione indichiamo la quantità di pasta necessaria per ogni collana?

Imparare a dividere in gruppi equinumerosi? È facile con materiali semplici e tanta creatività

• L'insegnante ha 3 sacchetti da 100 cannucce colorate ciascuno. Dal primo ne prende $\frac{20}{20}$; dal secondo $\frac{10}{10}$ e dal terzo $\frac{2}{2}$ e li distribuisce a tre amici perché le usino per fare delle cornici. Quale frazione indica una quantità maggiore di cannucce?

• Marco non riesce a terminare il suo lavoro perché sostiene che gli servirebbero $\frac{12}{10}$ delle 100 cannucce. Come può fare?

Non diamo nessuna definizione di frazioni apparenti, proprie, improprie, ma lavoriamo concretamente sul frazionamento dell'unità-tutto discreto per verificare che ogni frazionamento rappresenta una parte, l'intero o una parte maggiore dell'intero.

Per approfondire il periodo del **Neolitico**: www.marche.beniculturali.it/index.php?it/195/neolitico-la-costruzione-di-un-villaggio-neolitico

Il formicaio

In uno spazio adatto giochiamo al formicaio. L'insegnante, la formica regina, raduna le sue truppe e chiede che si dividano in piccoli drappelli per cercare cibo o difendere il formicaio. In base al numero dei bambini della classe, indichiamo la frazione che serve per la suddivisione. Per esempio ogni plotone deve essere un quinto $\frac{1}{5}$ oppure $\frac{1}{3}$ del totale.

Lasciamo che siano i bambini a decidere come suddividersi. Potrebbe accadere che non sia possibile dividersi in parti uguali-equinumerose. Si comincia così a sperimentare che non sempre, nel discreto, è realizzabile il frazionamento di una quantità, cosa che è invece sempre possibile con numeri, come verificheremo più avanti.

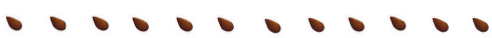
Procuriamo semi di zucca o altri semi che usiamo per giocare. Chiediamo:

Per consultare alcune **ricette**: ilcasalingo.myblog.it/2013/02/11/un-pranzo-preistorico/

Ciò che è sempre possibile con i numeri non lo è nella realtà: verifichiamolo con il gioco

Se ognuna delle 8 formiche che formano un drappello prende $\frac{1}{10}$ di 60 semi di zucca, quanti ne restano per la regina?

Verifichiamo concretamente: $\frac{1}{10}$ di 60 è 6, quindi:



Spesso i bambini attribuiscono alle frazioni un valore indipendente dalla quantità a cui si riferiscono. Chiediamo, per esempio, se alle formiche, che hanno necessità di molti semi, conviene tenere $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ o $\frac{1}{4}$ di questi semi di zucca.

È evidente che $\frac{1}{2}$ è la frazione maggiore e indica, in questo caso, anche una quantità maggiore.

Chiediamo però ancora, quale quantità è maggiore tra:

$$\frac{1}{2} \text{ di } 4; \quad \frac{1}{3} \text{ di } 9; \quad \frac{1}{4} \text{ di } 16$$

In questo caso $\frac{1}{4}$ è la frazione minore, ma indica una quantità maggiore perché dipende dall'unità alla quale fa riferimento. Nella **SCHEDA** i bambini trovano una situazione analoga a quella precedente.

Ricette del Neolitico

Ampliamo il significato di frazione con un primo approccio all'idea di proporzionalità: due o più grandezze variabili che assumono valori diversi, ma sono sempre legate dallo stesso rapporto. Rendiamo più appassionante il lavoro creando una sorta di ricettario di piatti preistorici, arricchito con disegni che rappresentino in modo chiaro i rapporti tra i singoli ingredienti.

In collaborazione con l'insegnante di Storia proponiamo un approfondimento sull'alimentazione nel **Neolitico**, quando gli uomini divennero agricoltori e allevatori stanziali.

Consultiamo un sito di **ricette** dal quale prendiamo spunto:

Ingredienti per 8 piatti di pane azzimo

- farina integrale di cereali misti 500 grammi
- 200 millilitri di acqua tiepida
- 15 millilitri di olio

Nel Neolitico non usavano bilance per pesare gli alimenti, ma hanno certo usato dei contenitori, equiparabili ai nostri. Facciamo un primo passaggio di proporzionalità con bicchieri e cucchiai, stabilendo che:

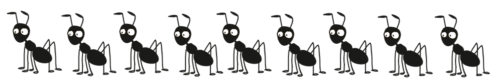
SCHEDA: Nel formicaio

• Leggi e rispondi alle domande.

In previsione dell'arrivo della brutta stagione, la regina del formicaio vuole mandare nel prato il maggior numero di formiche operaie per la raccolta dei semi.

È indecisa tra mandare al lavoro:

• $\frac{1}{3}$ delle operaie del gruppo "Maistanche";



• oppure $\frac{1}{4}$ delle operaie del gruppo "Nonmollomai".

Tu che cosa faresti se fossi la Regina?

....

....

Qual è il gruppo più numeroso?

....

....

Perché?

....

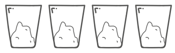
....

....

OPERARE FRAZIONAMENTI DI UNITÀ DISCRETE.

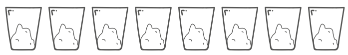
• 1 bicchiere ha capacità 200 ml di liquido;
• 1 cucchiaio ha capacità 15 ml di liquido;
• 1 cucchiaino ha capacità 5 ml di liquido;
• 1 bicchiere contiene 125 grammi di farina.

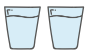
Possiamo rappresentare così le quantità degli ingredienti che ci servono:

• farina 

• acqua  • olio 

Chiediamo: se la ricetta è per una piccola tribù di 16 persone? Tutti gli ingredienti aumentano in proporzione.

• farina 

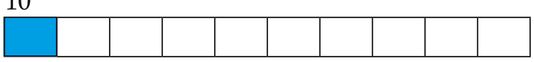
• acqua  • olio 

Se invece le persone che mangiano con questi piatti di pane azzimo sono 20? Chiediamo ai bambini di calcolare, per questa situazione, una nuova quantità basata sulla proporzionalità.

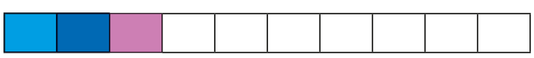
Frazioni decimali

Con i bambini visitiamo il sito della **Banca d'Italia**, per conoscere la storia della nostra moneta legale. L'euro ci dà l'occasione di parlare di frazioni decimali che rappresentano l'intero diviso in 10, 100, 1000... parti uguali.
Chiediamo ai bambini di ritagliare un rettangolo di carta (10×4 cm) e di frazionarlo in 10 parti, in modo che ogni parte sia $\frac{1}{10}$ dell'intero.

È possibile scrivere $\frac{1}{10}$ in un modo diverso? Sentiamo le riflessioni dei bambini e osserviamo che 1 quadretto rappresenta 0 interi *e* $\frac{1}{10}$: 0 *e* 1.

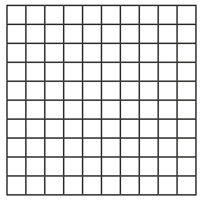


Se sostituiamo la *e* con una virgola possiamo scrivere 0,1. Usiamo la virgola per separare l'intero dalla parte decimale.
Chiediamo ora ai bambini di disegnare le rappresentazioni della suddivisione in decimi sui quaderni e scrivere, ogni volta, i valori sia con le frazioni sia con i numeri con la virgola, per esempio: $\frac{3}{10}$ = 0,3.



È importante che i bambini si abituino a considerare le frazioni e i numeri con la virgola come rappresentazioni di stessi valori e numeri.

Per consolidare questo importante passaggio chiediamo di rappresentare sui quaderni 1 € come un quadrato diviso in 100 parti uguali, cento centesimi, $\frac{100}{100}$.



• Ogni parte, $\frac{1}{100}$ dell'intero, rappresenta 0 interi e $\frac{1}{100}$.
• Chiediamo ai bambini di colorare $\frac{3}{100}$ dell'intero: la parte colorata rappresenta:
0 interi, 0 decimi 3 centesimi = 0,03.
• Prendiamo in considerazione la metà della nostra rappresentazione ($\frac{1}{2}$) e chiediamo ai bambini di colorare $\frac{50}{100}$; 0 interi e 50 centesimi; 0,50.
• Osserviamo bene questa parte appena colorata, quanti decimi sono? 5; quindi 0 interi e 5 decimi; 0,5 ; 0 unità, 5 decimi.
• Per indicare questa parte dell'intero possiamo ugualmente scrivere:
$\frac{1}{2}$ = 0,5 = 0,50 = 0u, 5d, perché sono modi diversi di esprimere la stessa quantità.

Questa tabella è la rappresentazione grafica dell'euro, per cui guidiamo i bambini a considerare che:
$\frac{50}{100}$ di euro = $\frac{1}{2}$ di euro = 50 cent. = 0,50 €.

Insieme ai bambini completiamo il lavoro sui quaderni, colorando le parti che rappresentano il valore delle restanti monete:

Scriviamo di volta in volta, in modi diversi, il valore che rappresentano, come abbiamo fatto per i 50 cent.
Consegniamo ora a ognuno il **TESTO** qui sotto e chiediamo di rispondere sul quaderno.

TESTO

Giulia ha 2 monete da 20 centesimi e tre da 50 centesimi.
Margherita ha 2 € e 50 cent.
Carlo ha 4 monete da $\frac{1}{2}$ euro.
Giacomo ha 2,20 € e 0,50 €.
Quanti € in totale possiede ognuno?
Scrivi in ordine crescente i quattro importi.

Cerchiamo in internet le tabelle di conversione che ci servono per realizzare la ricetta

www.**bancaditalia**.it/pubblicazioni/quaderni-didattici/moneta-scuola-primaria/Primaria_ottobre2017.pdf

Con l'aiuto dell'euro proponiamo attività concrete sulle frazioni decimali