4

Classe

Matematica

Frazioni e numeri con la virgola

Negli anni precedenti abbiamo certamente guidato i bambini a comprendere il complesso significato di frazione il più possibile aperto e non basato su definizioni. Ora desideriamo che i bambini lavorino con le frazioni nella consapevolezza che operano nel mondo dei razionali, dove frazioni e numeri con la virgola sono modi diversi di scrivere le stesse quantità.

Dall'intero alle parti

Nella realtà, non sempre tutto è possibile, come invece lo è con i numeri

Come si calcola la frazione di un intero in situazioni concrete? Teniamo in aula molti oggetti per giocare: tappi, pigne, conchiglie, sassi, nastri, strisce di carta... e chiediamo ai bambini di calcolare, per esempio, $\frac{3}{4}$ di 20 tappi. Osserviamo insieme come si ottiene il risultato 15:

- prima si divide l'unità-tutto discreta in 4 parti;
- poi si moltiplica per 3 (20 : 4 × 3).

Chiediamo poi di calcolare, con opportune piegature, $\frac{2}{5}$ della lunghezza di diverse strisce di carta. Osserviamo che le parti ottenute sono tutte differenti tra loro, in base alla lunghezza iniziale della striscia, ma per tutte abbiamo suddiviso l'unità-tutto continua in 5 parti uguali e poi abbiamo considerato tante parti ottenute quante indicate dal numeratore.

Proponiamo molti frazionamenti e chiediamo ai bambini d'inventarne altri, come un gioco d'abilità e velocità da fare liberamente tra loro.

Quando vediamo che tutti hanno raggiunto una certa sicurezza, proponiamo un problema da risolvere in piccoli gruppi:

Calcolare $\frac{8}{16}$ di 24 sassolini.

Cercare frazioni complementari ed equivalenti è un gioco che diventa processo automatico

I bambini si rendono subito conto che non è possibile dividere i 24 sassolini per 16, ma hanno già fatto esperienza di frazioni equivalenti e qualcuno potrebbe ricordare:

- $\frac{2}{4}$ è una frazione equivalente a $\frac{8}{16}$
- $\frac{2}{4}$ è equivalente a $\frac{1}{2}$
- se $\frac{8}{16} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ diventa quindi immediatamente comprensibile che $\frac{1}{2}$ di 24 è 12.

Verifichiamo con la calcolatrice:

$\frac{8}{16}$ di 24 = (24 : 16 × 8) = 1,5 × 8 = 12.

Mentre giochiamo, senza dare definizioni o formule, sollecitiamo i bambini a osservare le frazioni equivalenti e anche quelle tra loro complementari.

Proponiamo ora di usare la calcolatrice per determinare $\frac{4}{10}$ di 15 = 15:10 × 4 = 1,5 × 4 = 6

Chiediamo poi di calcolare $\frac{4}{10}$ di 15 oggetti che abbiamo in aula, per esempio matite colorate.

Qualcuno potrebbe dire subito che il risultato è 6, ma verifichiamo. È possibile dividere le 15 matite in 10 parti uguali? Come riusciamo a ottenere 6 concretamente? C'è una frazione cha ha lo stesso valore di $\frac{4}{10}$, con il denominatore che sia un divisore di 15? Stabilito che $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ possiamo determinare che 6 matite sono $\frac{2}{5}$ di 15 matite.

Scriviamo: 15 : 10 × 4 = 15 : 5 × 2 = 6

Il numero delle matite che restano può essere indicato con una frazione?

Possiamo scrivere che:

$\frac{2}{5}$ di 15 + $\frac{3}{5}$ di 15 = 15;

come $\frac{4}{10}$ di 15 + $\frac{6}{10}$ di 15 = 15.

Mucche con la virgola

Presentiamo le fotocopie di **SITUAZIONI PROBLEMATICHE**. In alcuni casi l'uso della calcolatrice permette che l'attenzione rimanga sull'*iter* da seguire piuttosto che sulle operazioni. Le situazioni proposte, a coppie, hanno gli stessi numeri (A e B; C e D; E ed F). Al termine del lavoro sollecitiamo i bambini a compiere alcune considerazioni sui risultati ottenuti:

- 117,33 € è un risultato accettabile se si parla di una somma di denaro.
- 117,33 mucche? Pur corretto, non è più accettabile riferito a degli animali. Non ha significato "virgola 33" mucche. Il risultato va arrotondato.
- 20,25 gatti? Anche questo non è un risultato che può andar bene per un insieme di gatti.
- 20,25 cm è un risultato che non suscita alcuna incertezza, perché riferito invece alla lunghezza di una striscia di carta.
- 166,25 cm è ammissibile per la lunghezza di una stoffa.
- 166,25 alunni? Evidentemente è ancora un risultato che, pur essendo corretto, non può essere accettato, se è riferito a un gruppo di studenti. Dobbiamo arrotondarlo.

SITUAZIONI PROBLEMATICHE

A. Lucia ha nel salvadanaio 176 €. Decide di spenderne $\frac{2}{3}$ per acquistare un gioco elettronico. Quanto costa il gioco?
B. $\frac{2}{3}$ delle 176 mucche di Toni producono latte. Quante sono le mucche da latte?

C. In IV A, gli alunni possiedono in tutto 27 animali, di questi $\frac{3}{4}$ sono gatti.
Quanti gatti hanno?
D. Pietro ha una striscia di carta lunga 27 cm; ne ritaglia $\frac{3}{4}$ per creare un fiore.
Quanti cm di carta usa per il suo fiore?

E. Ada ha una stoffa lunga 190 cm. Ne usa $\frac{7}{8}$ per una tovaglia .Quanti cm è lunga la tovaglia?
F. I $\frac{7}{8}$ dei 190 alunni iscritti al liceo di Vattelapesca sono stati promossi. Quanti sono gli alunni promossi?

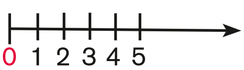
Problemi irreali

I bambini spesso si divertono se enfatizziamo il discorso sulle "mucche con la virgola", di cui abbiamo parlato sopra. È l'occasione per invitarli a collaborare a gruppi, in coppia o individualmente, alla realizzazione di uno schedario con "problemi" di suddivisioni in frazioni che non si possono compiere nella realtà, ma solo con i numeri. Sollecitiamoli a realizzare una prima parte con la presentazione dei testi e una parte finale con tutte le risoluzioni. È un lavoro per il quale concediamo ai bambini molti giorni, durante i quali, volontariamente, sono coinvolti in un progetto che consente loro di divertirsi e lavorare con le frazioni, per realizzare un progetto comune.

Linee dei numeri

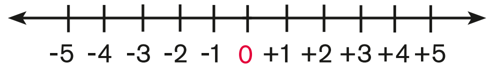
Mostriamo le tre rappresentazioni a lato (**Fig. 1**) e scriviamo, accanto a ognuna, un numero che ci sembra adatto. Usiamo sempre il numero 5, che però ogni volta appartiene a un diverso insieme numerico: 5 (dita) è un numero naturale; –5 è intero e 0,5 è un razionale. I numeri possono essere rappresentati in modi diversi e su differenti linee dei numeri, che riproduciamo in aula:

- **Naturali (N)**



La linea, in questo caso, parte da zero ed è superiormente illimitata.

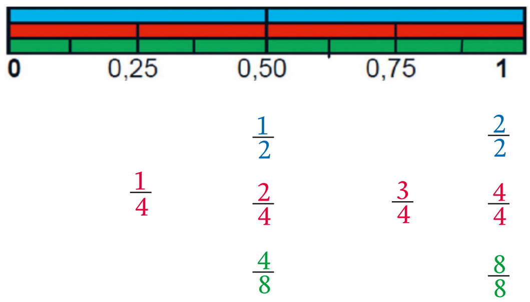
- **Interi (Z)**



Sono numeri con il segno davanti, che distinguiamo in negativi, zero e positivi; la linea è illimitata inferiormente e superiormente.

Linea dei razionali

Dedichiamo particolare attenzione alla costruzione della linea dei numeri *Razionali* (Q), che non sono quindi né numeri naturali né interi.
Possono essere espressi con una frazione o con numeri con la virgola. Osserviamo l'esempio qui sotto. Ogni parte colorata di rosso è $\frac{1}{4}$ dell'intero, ma $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$. Se inseriamo questi 3 numeri su un tratto di semiretta dei razionali, compresa tra 0 e 1, dobbiamo porli tutti in uno stesso punto.
Se dividiamo poi lo stesso tratto in parti diverse: $\frac{2}{2}$ e $\frac{8}{8}$ cambiano ancora i modi di scrivere la stessa quantità.



Continuiamo con i bambini a fare frazionamenti e a scoprire tanti modi di esprimere quantità equivalenti.
Riproduciamo un tratto della semiretta dei razionali su strisce di carta da appendere in aula. Osserviamo, per esempio, un tratto compreso tra 0 e 2 (**Fig. 2**). Nei razionali anche i numeri che indicano unità sono rappresentati con una frazione ($1 = \frac{2}{2}$). Ci sono frazioni che indicano quantità maggiori di un intero ($\frac{5}{4} = 1{,}25$).
Sottolineiamo che ogni frazione può essere espressa anche con un numero con la virgola ($\frac{2}{8} = 0{,}25$). Tra un numero e l'altro possiamo inserire infiniti altri numeri, cosa che non possiamo fare nei naturali e negli interi.

Fig. 2

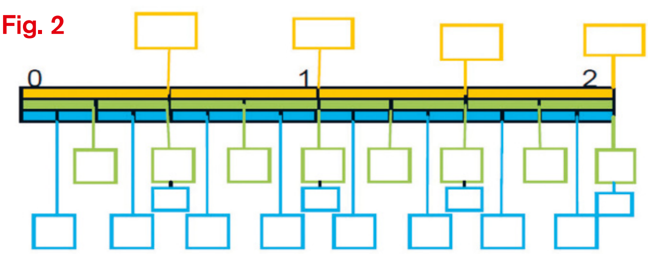
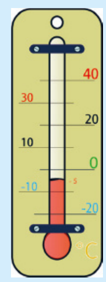


Fig. 1

5 dita



5 gradi sottozero quindi –5

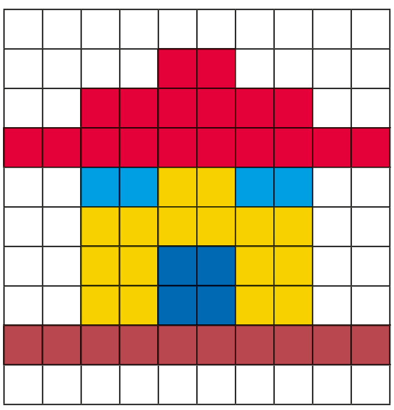
500 grammi che possiamo scrivere anche $\frac{1}{2}$ chilo oppure 0,5 chilogrammi

Creiamo cartellini con scritti numeri con la virgola e frazioni. I bambini li pescano da un sacchetto e li inseriscono sulla retta.
Decidere ogni volta dove e perché inserirli in un punto è certamente oggetto di confronti e scambi di opinioni con i compagni, che arricchiscono così il bagaglio di conoscenze che stanno costruendo.

La frazione come percentuale

Il concetto di percentuale fa parte ogni giorno della nostra realtà

Ascoltiamo che cosa sanno i bambini delle percentuali e condividiamo eventuali conoscenze.
Procuriamo poi due scatole di puzzle da 100 pezzi ognuna, dividiamo la classe in due squadre che si sfideranno alla ricostruzione dell'immagine. Ogni tanto, dopo un tempo in precedenza stabilito, blocchiamo il gioco. Chi è in vantaggio? Come facciamo ad affermarlo?
Ognuno ha a disposizione 100 tessere. Esprimiamo il risultato parziale con una frazione che ha denominatore 100 e numeratore che corrisponde al numero delle tessere unite, per esempio: $\frac{32}{100} > \frac{25}{100}$.
Quante tessere deve ancora sistemare ogni squadra? Indichiamolo con una frazione. Proseguiamo fino a conclusione del gioco.
Qualcuno sa come si scrivono diversamente i diversi valori registrati? 32% e 25%. Dove li abbiamo visti? In quali occasioni? Cerchiamo scritture analoghe sui sussidiari, soprattutto nella parte che riguarda Geografia, e interpretiamone i valori. Chiediamo ai bambini di portare in classe altre scritte che indicano percentuali: tabelle, libri, giornali, volantini, diagrammi, sconti...
Leggiamo e confrontiamo il materiale raccolto.
Poi proponiamo una **SITUAZIONE PROBLEMATICA**.
Consegniamo ai bambini la fotocopia ingrandita della casetta disegnata qui sotto e chiediamo di realizzarne una che sia il 50% di questa.



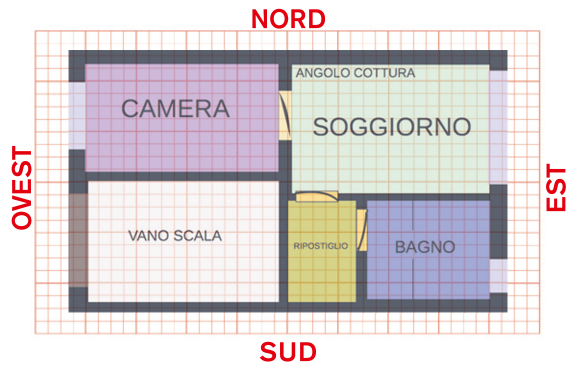
SITUAZIONE PROBLEMATICA: Quale materia preferisci?

Nella classe IV A il 20% dei 20 bambini preferisce studiare Italiano, il 40% Matematica e il resto non ha ancora deciso. Qual è la percentuale dei bambini indecisi? Calcola quanti alunni preferiscono Italiano e quanti Matematica. Indica con una frazione il numero dei bambini indecisi.

Sentiamo come intendono lavorare. Guidiamoli a stabilire che 50% = $\frac{50}{100} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$; ogni riga di quadretti quindi deve essere $\frac{1}{2}$ di quella qui rappresentata.

La frazione come rapporto

Proponiamo di costruire una tabella di calcolo dei rapporti tra misure. I bambini giocano a essere agenti immobiliari: devono dare all'acquirente le misure reali dell'appartamento rappresentato nel disegno, che è in scala 1 a 100 (1:100 indica il rapporto tra le due misure). Ogni cm del disegno corrisponde a 100 cm nella realtà, quindi il rapporto tra le due dimensioni è $\frac{1}{100}$.
Il segno **:** sostituisce il segno di frazione.



Quali sono le reali misure dell'appartamento? Come dobbiamo calcolarle? Riportiamo i dati in una **TABELLA**. Sempre nel clima di gioco chiediamo ai bambini di fare il procedimento inverso: proponiamo di disegnare in scala, ancora 1:100, un appartamento di forma rettangolare che ha i lati rispettivamente di 16 e 20 m. Il lato da disegnare misura perciò $\frac{1}{100}$ di quello reale.
La disposizione delle stanze interne è lasciata alla fantasia e al calcolo dei bambini.

TABELLA	MISURA NEL DISEGNO	MISURA NELLA REALTÀ	
	cm	cm	m
Lato Nord		... × 100	
Lato Est			
Lato Sud (escluso vano scala)			
Lato Ovest (escluso vano scala)			